Gestión Joven
Revista de la Agrupación Joven Iberoamericana de Contabilidad y Administración de Empresas (AJOICA)

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Método de depreciación de reducción de saldos y saldos decrecientes sin error residual

Nuevo método de depreciación de reducción de saldos
Nuevo método de depreciación de saldos decrecientes
Nuevo método generalizado de depreciación de variación exponencial

A mis fantasmas y demonios

Fernando Gómez Villarraga
Contador público
Doctor en química
(Colombia)
fgomezv@unal.edu.co

RESUMEN

La contribución de los activos a la generación del ingreso se reconoce mediante la depreciación. La depreciación se debe determinar mediante métodos de reconocido valor técnico. Los métodos contables tradicionales difieren en la cuota de depreciación asignada a cada período de la vida útil del activo. Mediante el análisis continuo se establecen las reglas de formación para cada método. El método de reducción de saldos y saldos decrecientes son manifestaciones particulares de un modelo general de carácter exponencial que cuenta con error residual y convergencia asintótica. En términos generales, la cuota de depreciación de un método sin error residual ni convergencia asintótica está dado por el producto de dos relaciones funcionales, la primera está asociada al monto a depreciar y la segunda a la tasa de depreciación, esta última función está normalizada. Al ajustar un nuevo modelo de variación exponencial e introducir el coeficiente de la base exponencial se liberaliza el método, cuando este coeficiente toma el valor de la tasa de depreciación de los modelos tradicionales se obtienen los nuevos métodos. Las consideraciones fiscales y financieras corroboran la validez de los nuevos métodos. Los casos prácticos ilustran la solución de los problemas implícitos en los métodos tradicionales.

Palabras clave: depreciación, métodos de reconocido valor técnico, método de reducción de saldos, método de saldos decrecientes, método generalizado de variación exponencial, error residual, convergencia asintótica, deducción fiscal por depreciación.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

ABSTRACT

The assets contribution to generate revenue is recognized through the depreciation. Depreciation must be determined by methods of recognized technical value. Traditional accounting methods differ in the depreciation amount allocated to each period of the asset useful life. Using the continuous analysis, the formation rules are established for each method. The methods of declining balance and reducing balance are particular manifestations of a general model of exponential character that has residual error and asymptotic convergence. Overall, the depreciation amount of a method without residual error or asymptotic convergence is given by the product of two functional relationships, the first one is associated with the amount to depreciate and the second one to the depreciation rate, the latter function is normalized. Setting a new exponential model and introducing the coefficient of the exponential basis liberalize the method. When this coefficient takes the value of the depreciation rate of the traditional models, new methods are obtained. Fiscal and financial considerations corroborate the validity of the new methods. The practical cases illustrate the solution of the problems involved in the traditional methods.

Key words: depreciation, methods of recognized technical value, method of declining balance, method of reducing balance, generalized method of exponential variation, residual error, asymptotic convergence, depreciation fiscal deduction.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

1. MÉTODOS CONTABLES DE DEPRECIACIÓN

    1.1. Método de depreciación de línea recta
    1.2. Método de depreciación de suma de los dígitos de los años de vida útil del activo
    1.3. Método de depreciación de unidades de producción
    1.4. Método de depreciación de horas de funcionamiento
    1.5. Método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)
    1.6. Método de depreciación de saldos decrecientes

2. MÉTODO GENERALIZADO DE DEPRECIACIÓN DE VARIACIÓN EXPONENCIAL

3. NUEVO MÉTODO GENERALIZADO DE DEPRECIACIÓN DE VARIACIÓN EXPONENCIAL

    3.1. Nuevo método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)
    3.2. Nuevo método de depreciación de saldos decrecientes

4. ASPECTOS FISCALES

5. CASOS PRÁCTICOS

    5.1. Caso práctico 1
    5.2. Caso práctico 2
    5.3. Caso práctico 3

CONCLUSIONES

LISTA DE TÉRMINOS

BIBLIOGRAFÍA

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

INTRODUCCIÓN

La inversión en activos fijos está íntimamente relacionada con la generación de ingresos y tiene efectos importantes en la determinación de las utilidades e impuestos. La contribución de los activos a la generación del ingreso se reconoce mediante la depreciación.

La depreciación puede ser planteada en función del tiempo o del uso o productividad; resulta difícil cuantificar la productividad cuando no es uniforme; por lo tanto, la asociación usualmente se establece en términos del tiempo. Las tablas de depreciación muestran detalladamente el cálculo de la depreciación para cada período de la vida útil probable del activo y fundamentan el criterio asumido para el registro contable.

El planteamiento de los aspectos relevantes de cada método se hace mediante relaciones funcionales continuas que permiten el análisis de las reglas de formación, así como la depreciación para fracciones de período, ya que, en la mayoría de los casos, los activos se adquieren en épocas que no coinciden con el comienzo del período fiscal.

Los métodos de reducción de saldos y saldos decrecientes son casos particulares de un modelo más general. Este modelo de variación exponencial cuenta con error residual y convergencia asintótica que son subsanados mediante el planteamiento del nuevo método. A partir del modelo se pueden obtener los nuevos métodos mediante la escogencia adecuada de un coeficiente. Los nuevos métodos son verificables, comprobables, operativos y fidedignos. El modelo matemático planteado surge de los principios de construcción de los métodos tradicionales y corresponde a una formulación matemática sencilla.

El método de depreciación influye en la evaluación financiera y selección de inversiones a largo plazo en bienes de capital y es un elemento integrante de los modelos de flujos de efectivo y presupuesto de capital. Estas técnicas deben permitir seleccionar el método que maximizará la rentabilidad del negocio. Debe adoptarse el método que se considere más adecuado según la naturaleza del bien, políticas de administración de activos fijos y la medición más apropiada de las variables contables.

En los métodos acelerados la cuota de depreciación es mayor en los primeros períodos respecto a los últimos; comportamiento justificado en gran parte por una mayor eficiencia en los primeros periodos, mayor deterioro físico así como cambios tecnológicos acelerados. La liberalización de los métodos fomenta el desarrollo industrial mediante la depreciación acelerada de los activos. La depreciación acelerada usualmente se aplica como incentivo fiscal para diferir el pago del impuesto.

Las herramientas de planeación fiscal contribuyen a la obtención de mayor valor de la compañía al aprovechar las disposiciones tributarias para minimizar la carga tributaria mediante el ahorro fiscal. La planeación tributaria permite decidir por la mejor inversión al evaluar los beneficios tributarios.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Mediante la planeación es posible determinar el efecto impositivo en la evaluación de proyectos de inversión, considerar alternativas de ahorro fiscal, lograr incrementos en el flujo de caja, programar el cumplimiento de las obligaciones tributarias, aumentar la rentabilidad del negocio, analizar el impacto de normativa tributaria cambiante. Las modificaciones introducidas en la normativa tributaria generan oportunidades que deben ser evaluadas bajo criterios de costo/beneficio y riesgo.

El trabajo soporta la existencia y operatividad en la literatura contable de los nuevos métodos y es la fuente para la validación del método por parte de un organismo o institución nacional e internacional con autoridad dentro de la disciplina contable.

1. MÉTODOS CONTABLES DE DEPRECIACIÓN

La depreciación es la asignación del costo de un activo fijo tangible al gasto en los períodos en los cuales se reciben los servicios del activo (Meigs, *et al.*, 2.001). La contribución de los activos a la generación del ingreso debe reconocerse en los resultados del ejercicio mediante la depreciación. La depreciación se debe determinar sistemáticamente mediante métodos de reconocido valor técnico. Debe utilizarse aquel método que mejor cumpla la norma básica de asociación[1]. El valor total de la depreciación de un activo es el mismo independientemente del método utilizado[2], la diferencia radica en la cuota de depreciación asignada a cada período de la vida útil del activo. La depreciación puede ser calculada por los siguientes métodos:

1.1. Método de depreciación de línea recta

Método de depreciación en el que la cuota de depreciación de cada período es el mismo; el valor neto del activo disminuye linealmente al transcurrir el tiempo. La cuota de depreciación se determina dividiendo el monto a depreciar (costo del activo menos el salvamento, valor residual o valor de desecho) por el número de períodos de la vida útil estimada.

La cuota de depreciación se obtiene de la siguiente expresión:

$$D_i = \frac{(C - S)}{n} \qquad \textbf{(1)}$$

Al reordenar términos:

$$D_i = (C - S)\frac{1}{n} \qquad \textbf{(2)}$$

Al introducir la tasa de depreciación:

[1] Apartes tomados del Art. 64 del Decreto 2649 de 1.993.
[2] En términos generales esto es cierto, aunque existen métodos con los cuales no se cumple exactamente, ya que cuentan con error residual y/o convergencia asintótica.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$D_i = (C - S) r_i^{lr} \quad \textbf{(3)}$$

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$r_i^{lr} = \frac{1}{n} \quad \textbf{(4)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{lr} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \ldots \ n \ veces \quad \textbf{(5)}$$

Al calcular la sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{lr} = n\left(\frac{1}{n}\right) = 1 \quad \textbf{(6)}$$

La ecuación 1 nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Tabla 1
Tabla de depreciación del método de línea recta

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	$1/n$	$(C-S)1/n$	$(C-S)1/n$	$C\left(1-\frac{1}{n}\right)+S\frac{1}{n}$
2	$1/n$	$(C-S)1/n$	$(C-S)2/n$	$C\left(1-\frac{2}{n}\right)+S\frac{2}{n}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	$1/n$	$(C-S)1/n$	$(C-S)i/n$	$C\left(1-\frac{i}{n}\right)+S\frac{i}{n}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	$1/n$	$(C-S)1/n$	$(C-S)$	S

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Las expresiones para la depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 1:

$$D_i^A = (C - S)\frac{i}{n} \qquad \textbf{(7)}$$

$$C_i^N = C\left(1 - \frac{i}{n}\right) + S\frac{i}{n} \qquad \textbf{(8)}$$

Las ecuaciones 1, 7 y 8 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

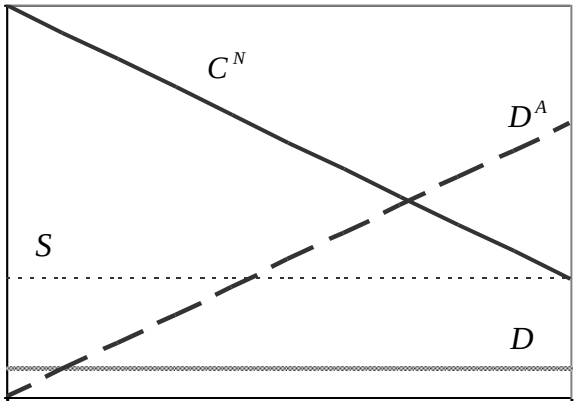
$$D(t) = \frac{(C - S)}{n} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(9)}$$

$$D^A(t) = (C - S)\frac{t}{n} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(10)}$$

$$C^N(t) = C\left(1 - \frac{t}{n}\right) + S\frac{t}{n} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(11)}$$

En la figura 1 se presentan las características principales de este método.

Figura 1
Método de depreciación de línea recta



Fuente: elaboración propia

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = S \qquad \textbf{(12)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Al derivar la ecuación 11:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = \frac{(S-C)}{n} \quad \textbf{(13)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ *cambia es constante.*

Este método posee las siguientes particularidades[3]:

$$D^A(t) = \int D(t)dt \quad \textbf{(14)}$$

En términos diferenciales:

$$\frac{dD^A(t)}{dt} = D(t) \quad \textbf{(15)}$$

$$\frac{dD^A(t)}{dt} = \frac{(C-S)}{n} = D(t) \quad \textbf{(16)}$$

$$C^N(t) = C - \int D(t)dt \quad \textbf{(17)}$$

$$C^N(t) = C - (C-S)\frac{t}{n} \quad \textbf{(18)}$$

$$C^N(t) = C\left(1-\frac{t}{n}\right) + S\frac{t}{n} \quad \textbf{(19)}$$

Al plantear la ecuación diferencial de primer orden con la condición inicial junto con el valor de $C^N(t)$ para un t entre 0 y n se obtiene el valor de la constante k así como la ecuación 11:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = k \quad \textbf{(20)}$$

$$C^N(0) = C \quad \textbf{(21)}$$

[3] En el método de línea recta la razón de cambio infinitesimal coincide con la razón de cambio finita, esto hace posible interrelacionar las ecuaciones para $D(t), D^A(t)$ y $C^N(t)$.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$C^N(n) = S \quad \textbf{(22)}$$

Al separar variables:

$$dC^N(t) = kdt \quad \textbf{(23)}$$

Al integrar:

$$\int dC^N(t) = \int kdt \quad \textbf{(24)}$$

Al introducir la constante de integración:

$$C^N(t) = kt + \alpha \quad \textbf{(25)}$$

De la condición inicial se deriva:

$$\alpha = C \quad \textbf{(26)}$$

De la otra condición:

$$S = kn + C \quad \textbf{(27)}$$

La constante viene dada por:

$$k = \frac{(S - C)}{n} \quad \textbf{(28)}$$

Al reemplazar las ecuaciones 26 y 28 en la ecuación 25 se obtiene:

$$C^N(t) = \frac{(S - C)}{n} t + C \quad \textbf{(29)}$$

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 2; esta inclusión reconoce la pérdida del poder adquisitivo del dinero por el efecto inflacionario.

Gestión Joven
Revista de la Agrupación Joven Iberoamericana de Contabilidad y Administración de Empresas (AJOICA)

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 2
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del método de línea recta

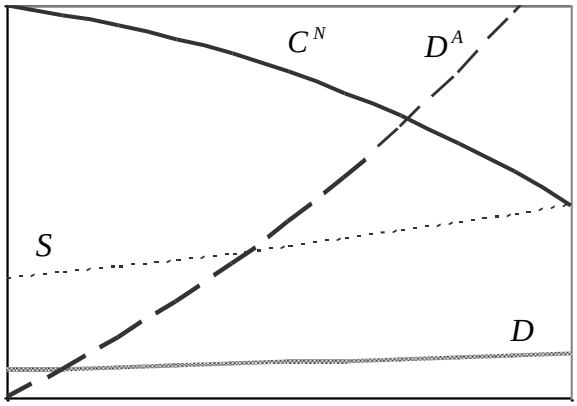
Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*
0	———	C	———	———
1	Cf_1	$C + Cf_1 = C(1+f_1)$	$1/n$	$\frac{1}{n}[C(1+f_1) - S(1+f_1)] = (C-S)\frac{1}{n}(1+f_1)$
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1) + C(1+f_1)f_2 = C(1+f_1)(1+f_2)$	$1/n$	$\frac{1}{n}[C(1+f_1)(1+f_2) - S(1+f_1)(1+f_2)] = (C-S)\frac{1}{n}(1+f_1)(1+f_2)$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$1/n$	$(C-S)\frac{1}{n}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$1/n$	$(C-S)\frac{1}{n}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Fuente: elaboración propia

Componente inflacionario depreciación acumulada	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*	*Valor de salvamento ajustado*
———	———	C	S
———	$(C-S)\frac{1}{n}(1+f_1)$	$C(1+f_1) - \left[(C-S)\frac{1}{n}(1+f_1)\right] = \left[C\left(1-\frac{1}{n}\right) + S\frac{1}{n}\right](1+f_1)$	$S + Sf_1 = S(1+f_1)$
$(C-S)\frac{1}{n}(1+f_1)f_2$	$(C-S)\frac{1}{n}(1+f_1) + (C-S)\frac{1}{n}(1+f_1)f_2 + (C-S)\frac{1}{n}(1+f_1)(1+f_2) = (C-S)\frac{2}{n}(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2) - \left[(C-S)\frac{2}{n}(1+f_1)(1+f_2)\right] = \left[C\left(1-\frac{2}{n}\right) + S\frac{2}{n}\right](1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1) + S(1+f_1)f_2 = S(1+f_1)(1+f_2)$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
$(C-S)^{i-1}\frac{1}{n}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$(C-S)\frac{i}{n}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\left[C\left(1-\frac{i}{n}\right) + S\frac{i}{n}\right]\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
$(C-S)^{n-1}\frac{1}{n}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$(C-S)\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 2
El valor del dinero en el tiempo en el método de depreciación de línea recta



Fuente: elaboración propia

1.2. Método de depreciación de suma de los dígitos de los años de vida útil del activo

Método de depreciación en el que la cuota de depreciación de cada período se determina multiplicando el monto a depreciar (costo del activo menos el salvamento, valor residual o valor de desecho) por un factor (tasa de depreciación), la tasa de depreciación viene dada por la relación del número de períodos que faltan por depreciar y la sumatoria de los dígitos de los períodos. En los primeros períodos la cuota de depreciación es alta pero disminuye en los períodos posteriores.

La cuota de depreciación se obtiene de la siguiente expresión:

$$D_i = (C - S) r_i^{sd} \qquad \textbf{(30)}$$

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$r_i^{sd} = \frac{(n+1) - i}{\sum_{j=1}^{n} j} \qquad \textbf{(31)}$$

La sumatoria del denominador viene dada por:

$$\sum_{j=1}^{n} j = 1 + 2 + \ldots + (n-2) + (n-1) + n \qquad \textbf{(32)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

La ecuación 32 también se puede expresar de la forma:

$$\sum_{j=1}^{n} j = n + (n-1) + (n-2) + ... + 2 + 1 \qquad \textbf{(33)}$$

Al sumar las ecuaciones 32 y 33 se obtiene:

$$2\sum_{j=1}^{n} j = (n+1) + (n+1) + (n+1) + ... \ n \ veces \qquad \textbf{(34)}$$

Al calcular la suma del segundo miembro:

$$2\sum_{j=1}^{n} j = n(n+1) \qquad \textbf{(35)}$$

La sumatoria viene dada por:

$$\sum_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2} \qquad \textbf{(36)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 36 en la ecuación 31 se obtiene:

$$r_i^{sd} = \frac{(n+1)-i}{\frac{n(n+1)}{2}} \qquad \textbf{(37)}$$

Al reexpresar la cuota de depreciación en términos de la ecuación 37:

$$D_i = (C-S)\frac{(n+1)-i}{\frac{n(n+1)}{2}} \qquad \textbf{(38)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{sd} = \frac{n}{\frac{n(n+1)}{2}} + \frac{n-1}{\frac{n(n+1)}{2}} + \frac{n-2}{\frac{n(n+1)}{2}} + ... + \frac{2}{\frac{n(n+1)}{2}} + \frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}} \qquad \textbf{(39)}$$

Al efectuar los cálculos:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{sd} = \frac{1+2+\ldots+(n-2)+(n-1)+n}{\frac{n(n+1)}{2}} \qquad \textbf{(40)}$$

Al expresar el numerador como una sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{sd} = \frac{\sum_{j=1}^{n} j}{\frac{n(n+1)}{2}} \qquad \textbf{(41)}$$

Al utilizar el resultado de la ecuación 36:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{sd} = \frac{\frac{n(n+1)}{2}}{\frac{n(n+1)}{2}} = 1 \qquad \textbf{(42)}$$

La ecuación 38 nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Tabla 3
Tabla de depreciación del método de suma de los dígitos de los años de vida útil del activo

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	$\frac{n}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{n}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$C\left\{1-\frac{\sum_{j=1}^{1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\right\}+S\frac{\sum_{j=1}^{1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}$
2	$\frac{n-1}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{n-1}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{2}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$C\left\{1-\frac{\sum_{j=1}^{2}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\right\}+S\frac{\sum_{j=1}^{2}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	$\frac{(n+1)-i}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{(n+1)-i}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$C\left\{1-\frac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\right\}+S\frac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	$\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)$	S

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Las expresiones para la depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 3:

$$D_i^A = (C-S)\frac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}} \quad \textbf{(43)}$$

$$C_i^N = C\left\{1-\frac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\right\} + S\frac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}} \quad \textbf{(44)}$$

Al utilizar una forma modificada de la ecuación 36 se obtiene:

$$\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j] = \frac{n(n+1)-(n-i)[(n-i)+1]}{2} \quad \textbf{(45)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 45 en las ecuaciones 43 y 44 se obtiene:

$$D_i^A = (C-S)\frac{\frac{n(n+1)-(n-i)[(n-i)+1]}{2}}{\frac{n(n+1)}{2}} \quad \textbf{(46)}$$

Simplificando:

$$D_i^A = (C-S)\left\{1-\frac{(n-i)[(n-i)+1]}{n(n+1)}\right\} \quad \textbf{(47)}$$

$$C_i^N = C\left\{1-\frac{\frac{n(n+1)-(n-i)[(n-i)+1]}{2}}{\frac{n(n+1)}{2}}\right\} + S\frac{\frac{n(n+1)-(n-i)[(n-i)+1]}{2}}{\frac{n(n+1)}{2}} \quad \textbf{(48)}$$

Simplificando:

$$C_i^N = C\left\{\frac{(n-i)[(n-i)+1]}{n(n+1)}\right\} + S\left\{1-\frac{(n-i)[(n-i)+1]}{n(n+1)}\right\} \quad \textbf{(49)}$$

Las ecuaciones 38, 47 y 49 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

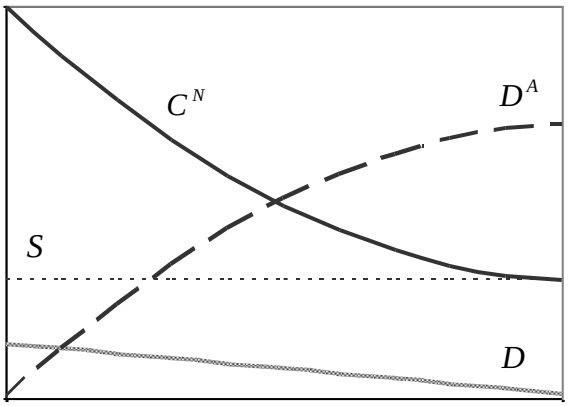
$$D(t) = (C - S)\frac{(n+1) - t}{\frac{n(n+1)}{2}} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(50)}$$

$$D^A(t) = (C - S)\left\{1 - \frac{(n-t)[(n-t)+1]}{n(n+1)}\right\} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(51)}$$

$$C^N(t) = C\frac{(n-t)[(n-t)+1]}{n(n+1)} + S\left\{1 - \frac{(n-t)[(n-t)+1]}{n(n+1)}\right\} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(52)}$$

En la figura 3 se presentan las características principales de este método.

Figura 3
Método de depreciación de suma de los dígitos de los años de vida útil del activo



Fuente: elaboración propia

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = S \qquad \textbf{(53)}$$

Al derivar la ecuación 52:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = -(S - C)\frac{2}{n(n+1)}t + (S - C)\frac{2n+1}{n(n+1)} \qquad \textbf{(54)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia es una función lineal del tiempo.

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 4.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 4
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del método de suma de los dígitos de los años de vida útil del activo

Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C + Cf_1 = C(1+f_1)$	$\frac{n}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$\frac{n}{\frac{n(n+1)}{2}}[C(1+f_1)-S(1+f_1)] = (C-S)\frac{n}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1)+C(1+f_1)f_2 = C(1+f_1)(1+f_2)$	$\frac{n-1}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$\frac{n-1}{\frac{n(n+1)}{2}}[C(1+f_1)(1+f_2)-S(1+f_1)(1+f_2)] = (C-S)\frac{n-1}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)(1+f_2)$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)f_2$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\frac{(n+1)-i}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{(n+1)-i}{\frac{n(n+1)}{2}}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{i-1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$	$(C-S)\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{n-1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

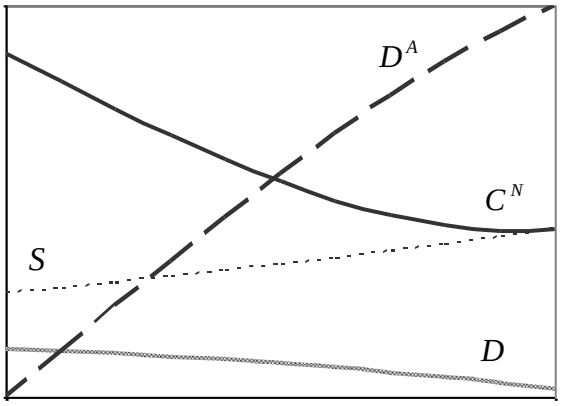
Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor de salvamento ajustado*
———	C	S
$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)$	$C(1+f_1)-(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)$ $=C\left\{1-\dfrac{\sum_{j=1}^{1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\right\}(1+f_1)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{1}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$(C-S)\dfrac{n}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)+(C-S)\dfrac{n}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)f_2$ $+(C-S)\dfrac{n-1}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)(1+f_2)$ $=(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{2}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{2}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)(1+f_2)$ $=C\left\{1-\dfrac{\sum_{j=1}^{2}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\right\}(1+f_1)(1+f_2)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{2}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}(1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C\left\{1-\dfrac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\right\}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]+S\dfrac{\sum_{j=1}^{i}[(n+1)-j]}{\frac{n(n+1)}{2}}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 4
El valor del dinero en el tiempo en el método de depreciación de suma de los dígitos de los años de vida útil del activo



Fuente: elaboración propia

1.3. Método de depreciación de unidades de producción

Método de depreciación en el que la vida útil se determina por la cantidad de unidades de producción estimadas para el activo y la cuota de depreciación de cada período se calcula multiplicando el monto a depreciar (costo del activo menos el salvamento, valor residual o valor de desecho) por un factor (tasa de depreciación), la tasa de depreciación viene dada por la relación del número de unidades realmente producidas en el período y la vida útil en unidades de producción.

La cuota de depreciación se obtiene de la siguiente expresión:

$$D_i = \frac{(C-S)}{U_T} U_i \qquad \textbf{(55)}$$

Al reordenar términos:

$$D_i = (C-S)\frac{U_i}{U_T} \qquad \textbf{(56)}$$

Al introducir la tasa de depreciación:

$$D_i = (C-S) r_i^{up} \qquad \textbf{(57)}$$

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$r_i^{up} = \frac{U_i}{U_T} \qquad \textbf{(58)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{up} = \frac{U_1}{U_T} + \frac{U_2}{U_T} + \ldots + \frac{U_{n-2}}{U_T} + \frac{U_{n-1}}{U_T} + \frac{U_n}{U_T} \qquad \textbf{(59)}$$

Al efectuar los cálculos:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{up} = \frac{U_1 + U_2 + \ldots + U_{n-2} + U_{n-1} + U_n}{U_T} \qquad \textbf{(60)}$$

La suma de las unidades producidas en cada período corresponde a la vida útil del activo:

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = U_T \qquad \textbf{(61)}$$

Al calcular la sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{up} = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_i}{U_T} = 1 \qquad \textbf{(62)}$$

Mediante la aplicación de una regla de formación se puede determinar para cada período el número de unidades producidas[4]; en cada periodo el número de unidades producidas es igual al anterior más una constante L ; si esta constante es mayor que cero el número de unidades producidas será creciente, si es menor que cero el número de unidades producidas será decreciente, si es igual a cero el número de unidades producidas es constante (número de unidades variable aritméticamente).

$$U_1 = \mu \qquad \textbf{(63)}$$

$$U_2 = U_1 + L = \mu + L \qquad \textbf{(64)}$$

.

.

.

$$U_i = U_{i-1} + L = \mu + (i-1)L \qquad \textbf{(65)}$$

[4] Puede existir un amplio espectro de relaciones de unidades producidas para cada período, algunas más sencillas respecto a otras; de hecho, es posible obtener un arreglo productivo que no sea susceptible de ser relacionado mediante ninguna ley de formación.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

.

.

.

$$U_n = U_{n-1} + L = \mu + (n-1)L \qquad \textbf{(66)}$$

Al calcular la vida útil del activo en unidades producidas a partir de las ecuaciones 63 a 66:

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = U_T = \mu + \mu + L + \ldots + \mu + (i-1)L + \ldots + \mu + (n-1)L \qquad \textbf{(67)}$$

Al agrupar términos:

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = U_T = n\mu + L[1 + \ldots + (i-1) + \ldots + (n-1)] \qquad \textbf{(68)}$$

Al utilizar una forma modificada de la ecuación 36 e introducirla en la ecuación 68:

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = U_T = n\mu + \frac{n(n-1)}{2} L \qquad \textbf{(69)}$$

Al reordenar el resultado:

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = U_T = n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2} L\right] \qquad \textbf{(70)}$$

La ecuación 55 nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 5
Tabla de depreciación del método de unidades de producción

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	U_1/U_T	$(C-S)U_1/U_T$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1}U_j}{U_T}$	$C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{1}U_j}{U_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{1}U_j}{U_T}$
2	U_2/U_T	$(C-S)U_2/U_T$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{2}U_j}{U_T}$	$C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{2}U_j}{U_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{2}U_j}{U_T}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	U_i/U_T	$(C-S)U_i/U_T$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{i}U_j}{U_T}$	$C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{i}U_j}{U_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{i}U_j}{U_T}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	U_n/U_T	$(C-S)U_n/U_T$	$(C-S)$	S

Fuente: elaboración propia

Las expresiones para la depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 5:

$$D_i^A=(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{i}U_j}{U_T} \qquad \textbf{(71)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$C_i^N = C\left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{i} U_j}{U_T}\right) + S\frac{\sum_{j=1}^{i} U_j}{U_T} \qquad \textbf{(72)}$$

D_i, D_i^A, C_i^N se reexpresan con los resultados de las ecuaciones 65 y 70:

$$D_i = (C - S)\frac{\mu + (i-1)L}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]} \qquad \textbf{(73)}$$

$$D_i^A = (C - S)\frac{i\left[\mu + \frac{(i-1)}{2}L\right]}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]} \qquad \textbf{(74)}$$

$$C_i^N = C\left\{1 - \frac{i\left[\mu + \frac{(i-1)}{2}L\right]}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]}\right\} + S\frac{i\left[\mu + \frac{(i-1)}{2}L\right]}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]} \qquad \textbf{(75)}$$

Las ecuaciones 73, 74 y 75 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

$$D(t) = (C - S)\frac{\mu + (t-1)L}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(76)}$$

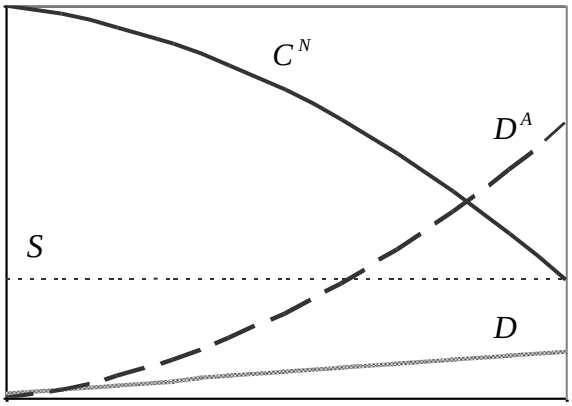
$$D^A(t) = (C - S)\frac{t\left[\mu + \frac{(t-1)}{2}L\right]}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(77)}$$

$$C^N(t) = C\left\{1 - \frac{t\left[\mu + \frac{(t-1)}{2}L\right]}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]}\right\} + S\frac{t\left[\mu + \frac{(t-1)}{2}L\right]}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(78)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

En la figura 5 se presentan las características principales de este método.

Figura 5
Método de depreciación de unidades de producción



Fuente: elaboración propia

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = S \tag{79}$$

Al derivar la ecuación 78:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = (S - C)\frac{\left[\mu + \left(t - \frac{1}{2}\right)L\right]}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]} \tag{80}$$

Al reordenar el resultado:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = \frac{(S - C)L}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]}t + \frac{(S - C)\left(\mu - \frac{L}{2}\right)}{n\left[\mu + \frac{(n-1)}{2}L\right]} \tag{81}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia es una función lineal del tiempo.

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 6.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 6
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del método de unidades de producción

Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C + Cf_1 = C(1+f_1)$	U_1/U_T	$U_1/U_T\,[C(1+f_1) - S(1+f_1)] = (C-S)\,U_1/U_T\,(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1) + C(1+f_1)f_2 = C(1+f_1)(1+f_2)$	U_2/U_T	$U_2/U_T\,[C(1+f_1)(1+f_2) - S(1+f_1)(1+f_2)] = (C-S)\,U_2/U_T\,(1+f_1)(1+f_2)$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1} U_j}{U_T}(1+f_1)f_2$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	U_i/U_T	$(C-S)\,U_i/U_T\,\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{i-1} U_j}{U_T}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	U_n/U_T	$(C-S)\,U_n/U_T\,\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{n-1} U_j}{U_T}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

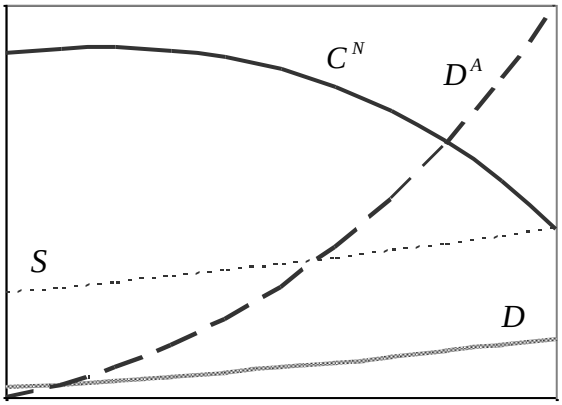
Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor de salvamento ajustado*
———	C	S
$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1}U_j}{U_T}(1+f_1)$	$C(1+f_1)-(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1}U_j}{U_T}(1+f_1)$ $=\left[C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{1}U_j}{U_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{1}U_j}{U_T}\right](1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$(C-S)\frac{U_1}{U_T}(1+f_1)+(C-S)\frac{U_1}{U_T}(1+f_1)f_2$ $+(C-S)\frac{U_2}{U_T}(1+f_1)(1+f_2)$ $=(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{2}U_j}{U_T}(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{2}U_j}{U_T}(1+f_1)(1+f_2)$ $=\left[C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{2}U_j}{U_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{2}U_j}{U_T}\right](1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{i}U_j}{U_T}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\left[C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{i}U_j}{U_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{i}U_j}{U_T}\right]\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 6
El valor del dinero en el tiempo en el método de depreciación de unidades de producción



Fuente: elaboración propia

1.4. Método de depreciación de horas de funcionamiento[5]

Método de depreciación en el que la vida útil se determina por la cantidad de horas de funcionamiento estimadas para el activo y la cuota de depreciación de cada período se calcula multiplicando el monto a depreciar (costo del activo menos el salvamento, valor residual o valor de desecho) por un factor (tasa de depreciación), la tasa de depreciación viene dada por la relación del número de horas de funcionamiento del período y la vida útil en horas de funcionamiento.

La cuota de depreciación se obtiene de la siguiente expresión:

$$D_i = \frac{(C-S)}{H_T} H_i \qquad \textbf{(82)}$$

Al reordenar términos:

$$D_i = (C-S)\frac{H_i}{H_T} \qquad \textbf{(83)}$$

Al introducir la tasa de depreciación:

$$D_i = (C-S) r_i^{hf} \qquad \textbf{(84)}$$

[5] Método similar al de unidades de producción, usualmente la estimación de la vida útil se realiza en unidades de tiempo, pero es posible expresarla en unidades de producción, horas de funcionamiento, distancia recorrida o una medida análoga.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$r_i^{hf} = \frac{H_i}{H_T} \quad \textbf{(85)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{hf} = \frac{H_1}{H_T} + \frac{H_2}{H_T} + \ldots + \frac{H_{n-2}}{H_T} + \frac{H_{n-1}}{H_T} + \frac{H_n}{H_T} \quad \textbf{(86)}$$

Al efectuar los cálculos:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{hf} = \frac{H_1 + H_2 + \ldots + H_{n-2} + H_{n-1} + H_n}{H_T} \quad \textbf{(87)}$$

La suma de las unidades producidas en cada período corresponde a la vida útil del activo:

$$\sum_{i=1}^{n} H_i = H_T \quad \textbf{(88)}$$

Al calcular la sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{hf} = \frac{\sum_{i=1}^{n} H_i}{H_T} = 1 \quad \textbf{(89)}$$

Mediante la aplicación de una regla de formación se puede determinar para cada período las horas de funcionamiento[6], en cada periodo las horas de funcionamiento es igual al anterior multiplicado por una constante $1+G$; si la constante G es mayor que cero el número de horas de funcionamiento será creciente, si es menor que cero el número de horas de funcionamiento será decreciente, si es igual a cero el número de horas de funcionamiento es constante (número de horas variable geométricamente).

$$H_1 = \gamma \quad \textbf{(90)}$$

$$H_2 = H_1(1+G) = \gamma(1+G) \quad \textbf{(91)}$$

[6] Al igual que la consideración realizada en el método de depreciación de unidades de producción, existe un sinnúmero de relaciones que se pueden establecer, algunas no se pueden plantear analíticamente.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

.

.

.

$$H_i = H_{i-1}(1+G) = \gamma(1+G)^{i-1} \quad \textbf{(92)}$$

.

.

.

$$H_n = H_{n-1}(1+G) = \gamma(1+G)^{n-1} \quad \textbf{(93)}$$

Al calcular la vida útil del activo en horas de funcionamiento a partir de las ecuaciones 90 a 93:

$$\sum_{i=1}^{n} H_i = H_T = \gamma + \gamma(1+G) + ... + \gamma(1+G)^{i-1} + ... + \gamma(1+G)^{n-1} \quad \textbf{(94)}$$

Al agrupar términos:

$$\sum_{i=1}^{n} H_i = H_T = \gamma\left[1 + (1+G) + ... + (1+G)^{i-1} + ... + (1+G)^{n-1}\right] \quad \textbf{(95)}$$

Al operar sobre el contenido del signo de agrupación de la ecuación 95:

$$\phi = 1 + (1+G) + ... + (1+G)^{i-1} + ... + (1+G)^{n-1} \quad \textbf{(96)}$$

Al multiplicar la ecuación 96 por $(1+G)$ se tiene:

$$\phi(1+G) = (1+G) + (1+G)^2 + ... + (1+G)^i + ... + (1+G)^n \quad \textbf{(97)}$$

Al restar la ecuación 96 de la 97 se llega a:

$$\phi(1+G) - \phi = (1+G)^n - 1 \quad \textbf{(98)}$$

Al agrupar términos:

$$\phi[(1+G) - 1] = (1+G)^n - 1 \quad \textbf{(99)}$$

Al reordenar el resultado:

$$\phi = \frac{(1+G)^n - 1}{G} \quad \textbf{(100)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 100 en la ecuación 95 se obtiene:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\sum_{i=1}^{n} H_i = H_T = \gamma\left[\frac{(1+G)^n - 1}{G}\right] \qquad \textbf{(101)}$$

La ecuación 82 nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Tabla 7
Tabla de depreciación del método de horas de funcionamiento

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	H_1 / H_T	$(C-S)\, H_1 / H_T$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1} H_j}{H_T}$	$C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{1} H_j}{H_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{1} H_j}{H_T}$
2	H_2 / H_T	$(C-S)\, H_2 / H_T$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{2} H_j}{H_T}$	$C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{2} H_j}{H_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{2} H_j}{H_T}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	H_i / H_T	$(C-S)\, H_i / H_T$	$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T}$	$C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	H_n / H_T	$(C-S)\, H_n / H_T$	$(C-S)$	S

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Las expresiones para la depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 7:

$$D_i^A = (C - S)\frac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T} \qquad \textbf{(102)}$$

$$C_i^N = C\left(1 - \frac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T}\right) + S\frac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T} \qquad \textbf{(103)}$$

D_i, D_i^A, C_i^N se reexpresan con los resultados de las ecuaciones 92 y 101:

$$D_i = (C - S)\frac{\gamma(1+G)^{i-1}}{\gamma\left[\frac{(1+G)^n - 1}{G}\right]} \qquad \textbf{(104)}$$

Simplificando:

$$D_i = (C - S)\frac{G(1+G)^{i-1}}{(1+G)^n - 1} \qquad \textbf{(105)}$$

$$D_i^A = (C - S)\frac{\gamma\left[\frac{(1+G)^i - 1}{G}\right]}{\gamma\left[\frac{(1+G)^n - 1}{G}\right]} \qquad \textbf{(106)}$$

Simplificando:

$$D_i^A = (C - S)\left[\frac{(1+G)^i - 1}{(1+G)^n - 1}\right] \qquad \textbf{(107)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$C_i^N = C\left\{1 - \frac{\gamma\left[\frac{(1+G)^i - 1}{G}\right]}{\gamma\left[\frac{(1+G)^n - 1}{G}\right]}\right\} + S\frac{\gamma\left[\frac{(1+G)^i - 1}{G}\right]}{\gamma\left[\frac{(1+G)^n - 1}{G}\right]} \qquad \textbf{(108)}$$

Simplificando:

$$C_i^N = C\left[1 - \frac{(1+G)^i - 1}{(1+G)^n - 1}\right] + S\left[\frac{(1+G)^i - 1}{(1+G)^n - 1}\right] \qquad \textbf{(109)}$$

Las ecuaciones 105, 107 y 109 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

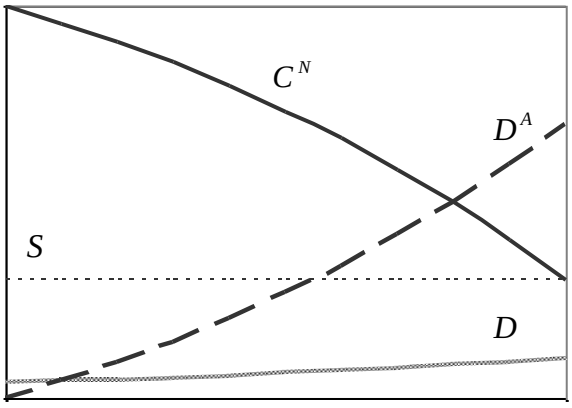
$$D(t) = (C - S)\frac{G(1+G)^{t-1}}{(1+G)^n - 1} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(110)}$$

$$D^A(t) = (C - S)\left[\frac{(1+G)^t - 1}{(1+G)^n - 1}\right] \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(111)}$$

$$C^N(t) = C\left[1 - \frac{(1+G)^t - 1}{(1+G)^n - 1}\right] + S\left[\frac{(1+G)^t - 1}{(1+G)^n - 1}\right] \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(112)}$$

En la figura 7 se presentan las características principales de este método.

Figura 7
Método de depreciación de horas de funcionamiento



Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = S \qquad \textbf{(113)}$$

Al derivar la ecuación 112:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = (S - C)\frac{\ln(1+G)}{(1+G)^n - 1}(1+G)^t \qquad \textbf{(114)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia es una función exponencial del tiempo.

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 8.

Tabla 8
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del método de horas de funcionamiento

Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C + Cf_1 = C(1+f_1)$	H_1/H_T	$H_1/H_T\,[C(1+f_1) - S(1+f_1)] = (C-S)H_1/H_T\,(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1) + C(1+f_1)f_2 = C(1+f_1)(1+f_2)$	H_2/H_T	$H_2/H_T\,[C(1+f_1)(1+f_2) - S(1+f_1)(1+f_2)] = (C-S)H_2/H_T\,(1+f_1)(1+f_2)$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{1} H_j}{H_T}(1+f_1)f_2$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	H_i/H_T	$(C-S)H_i/H_T\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{i-1} H_j}{H_T}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	H_n/H_T	$(C-S)H_n/H_T\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\frac{\sum_{j=1}^{n-1} H_j}{H_T}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

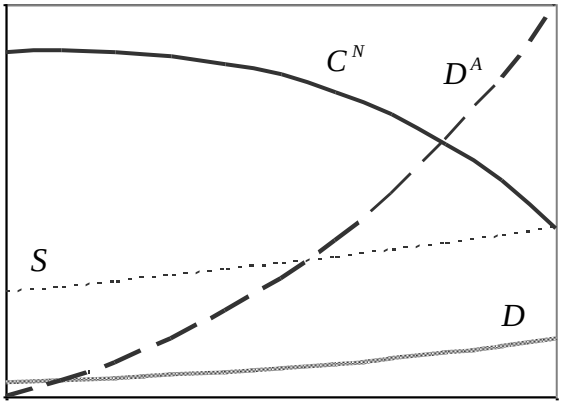
Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor de salvamento ajustado*
———	C	S
$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1} H_j}{H_T}(1+f_1)$	$C(1+f_1)-(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{1} H_j}{H_T}(1+f_1)$ $=\left[C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{1} H_j}{H_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{1} H_j}{H_T}\right](1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$(C-S)\frac{H_1}{H_T}(1+f_1)+(C-S)\frac{H_1}{H_T}(1+f_1)f_2$ $+(C-S)\frac{H_2}{H_T}(1+f_1)(1+f_2)$ $=(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{2} H_j}{H_T}(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{2} H_j}{H_T}(1+f_1)(1+f_2)$ $=\left[C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{2} H_j}{H_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{2} H_j}{H_T}\right](1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\dfrac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\left[C\left(1-\dfrac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T}\right)+S\dfrac{\sum_{j=1}^{i} H_j}{H_T}\right]\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 8
El valor del dinero en el tiempo en el método de depreciación de horas de funcionamiento



Fuente: elaboración propia

1.5. Método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)

Método acelerado de depreciación en el que la cuota de depreciación de cada período se establece multiplicando el valor neto del activo (se resta la depreciación acumulada del costo del activo) al inicio de cada período por una tasa de depreciación fija. Cuando la tasa de depreciación es dos veces la fijada para el método de línea recta, al método se le denomina método de doble saldo decreciente[7]. La descripción del método nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

[7] La tasa de depreciación usualmente se fija en términos de la utilizada en el método de línea recta, puede ser la misma, puede ser el doble, puede ser el triple, e incluso cualquier valor comprendido entre 0 y 1. Se ha querido abarcar en primera instancia dos métodos particulares, el de reducción de saldos (doble saldo decreciente) y el de saldos decrecientes casos especiales del método generalizado de variación exponencial.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 9
Tabla de depreciación del método de reducción de saldos (doble saldo decreciente)

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	$2/n$	$C\,2/n$	$C\,2/n$	$C(1-2/n)$
2	$2/n$	$C\,2/n(1-2/n)$	$C\left[2(2/n)-(2/n)^2\right]$	$C[1-(2/n)]^2$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	$2/n$	$C\,2/n[1-(2/n)]^{i-1}$	$C\left\{1-[1-(2/n)]^i\right\}$	$C[1-(2/n)]^i$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	$2/n$	$C\,2/n[1-(2/n)]^{n-1}$	$C\left\{1-[1-(2/n)]^n\right\}$	$C[1-(2/n)]^n$

Fuente: elaboración propia

Las expresiones para la cuota de depreciación, depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 9:

$$D_i = C\,2/n[1-(2/n)]^{i-1} \qquad \textbf{(115)}$$

$$D_i^A = C\left\{1-[1-(2/n)]^i\right\} \qquad \textbf{(116)}$$

$$C_i^N = C[1-(2/n)]^i \qquad \textbf{(117)}$$

Las ecuaciones 115, 116 y 117 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

$$D(t) = C\,2/n[1-(2/n)]^{t-1} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(118)}$$

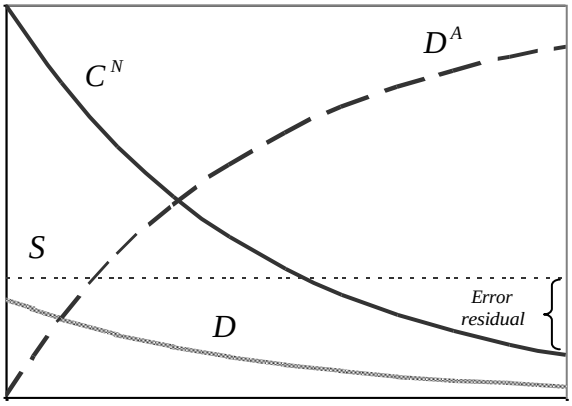
$$D^A(t) = C\left\{1-[1-(2/n)]^t\right\} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(119)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$C^N(t) = C[1-(2/n)]^t \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(120)}$$

En la figura 9 se presentan las características principales de este método.

Figura 9
Método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)



Fuente: elaboración propia

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = C[1-(2/n)]^n \qquad \textbf{(121)}$$

Al derivar la ecuación 120:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = C\ln[1-(2/n)][1-(2/n)]^t \qquad \textbf{(122)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia es una función exponencial del tiempo.

Este método posee las siguientes particularidades:

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$r_i^{rs} = \frac{2}{n} \qquad \textbf{(123)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{rs} = \frac{2}{n} + \frac{2}{n} + \frac{2}{n} + \ldots \ n \ veces \qquad \textbf{(124)}$$

Al calcular la sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{rs} = 2n\left(\frac{1}{n}\right) = 2 \qquad \textbf{(125)}$$

Este método cuenta con error residual, definido como el valor absoluto de la diferencia entre el valor neto del activo al término de la vida útil y el valor de salvamento[8].

$$\varepsilon_r = \left| C_n^N - S \right| \qquad \textbf{(126)}$$

El error residual viene dado por:

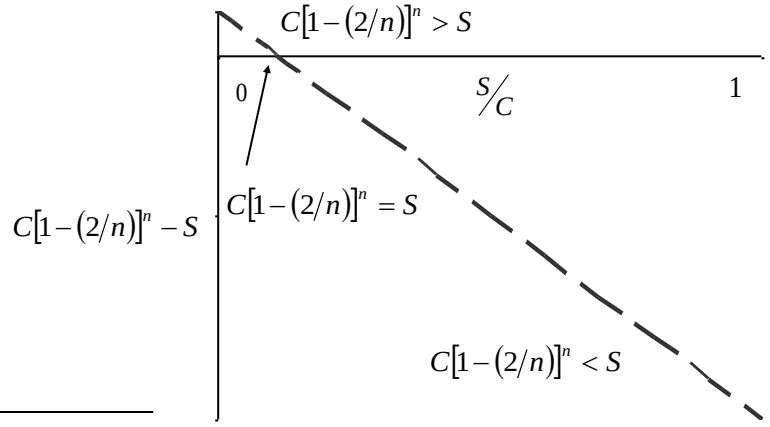
$$\varepsilon_r = \left| C[1-(2/n)]^n - S \right| \qquad \textbf{(127)}$$

No existe error residual cuando:

$$C[1-(2/n)]^n = S \qquad \textbf{(128)}$$

Las figuras 10 y 11 muestran el error residual para una vida útil n dada como función de la relación S/C.

Figura 10
Exceso del valor neto del activo sobre el salvamento en función de la relación S/C



[8]La normativa relacionada

Decreto reglamentario 2075 de 1.992
Art. 29. Sistemas de depreciación. (…) Cuando se utilice el sistema de depreciación de reducción de saldos, el valor de la depreciación correspondiente al último año de vida útil, comprenderá el monto total del saldo pendiente por depreciar. (…)

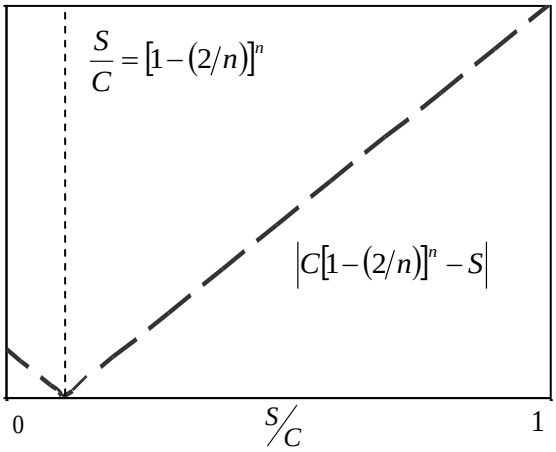
Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Fuente: elaboración propia

No existe error residual para la relación:

$$\frac{S}{C} = [1-(2/n)]^n \qquad \textbf{(129)}$$

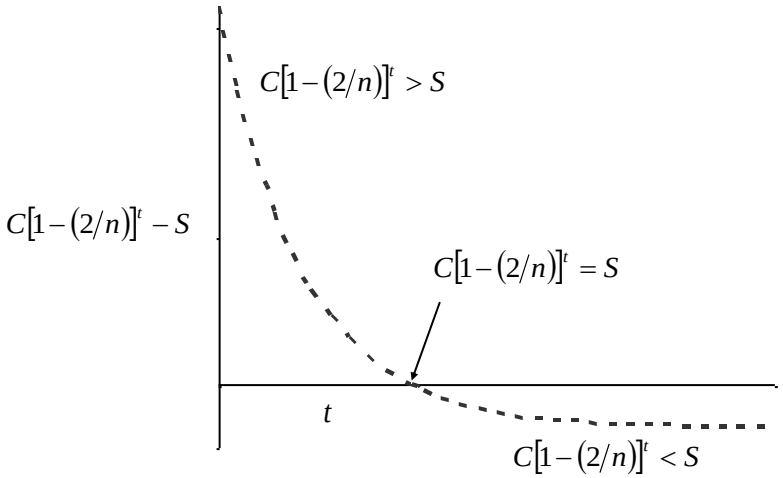
Figura 11
Error residual en función de la relación S/C



Fuente: elaboración propia

Las figuras 12 y 13 muestran el error residual para una relación S/C y vida útil n dadas en función del tiempo.

Figura 12
Exceso del valor neto del activo sobre el salvamento en función del tiempo



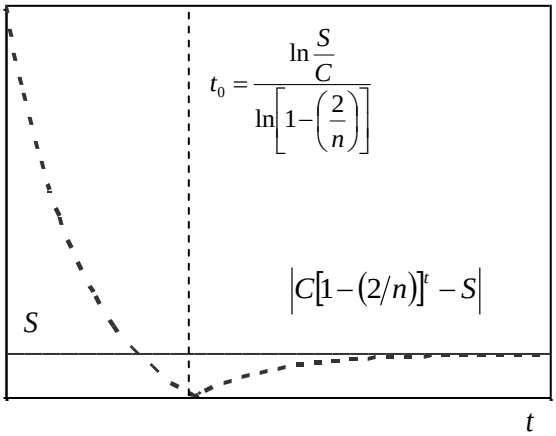
Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Fuente: elaboración propia

No existe error residual para el tiempo:

$$t_0 = \frac{\ln \frac{S}{C}}{\ln\left[1-\left(\frac{2}{n}\right)\right]} \qquad \textbf{(130)}$$

Figura 13
Error residual en función del tiempo



Fuente: elaboración propia

$$\lim_{t\to\infty} \left|C[1-(2/n)]^t - S\right| = S \text{ para } n \geq 2 \qquad \textbf{(131)}$$

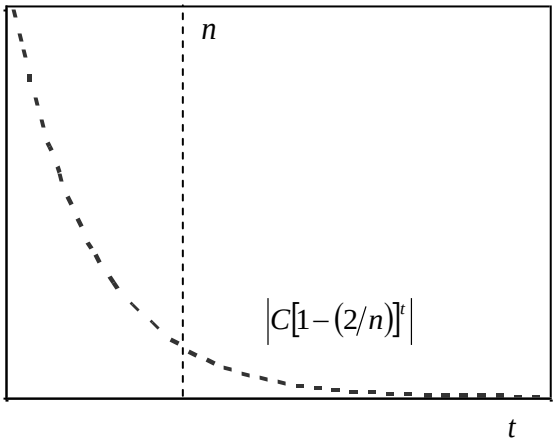
Si no existe salvamento, valor residual o valor de desecho, el error residual viene dado por:

$$\varepsilon_r = \left|C[1-(2/n)]^n\right| \qquad \textbf{(132)}$$

La figura 14 muestra el error residual para una vida útil n dada en función del tiempo cuando no existe salvamento, valor residual o valor de desecho.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 14
Error residual en función del tiempo cuando no existe salvamento



Fuente: elaboración propia

$$\lim_{t\to\infty}\left|C[1-(2/n)]^t\right| = 0 \text{ para } n \geq 2 \qquad \textbf{(133)}$$

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 10.

Tabla 10
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del método de reducción de saldos (doble saldo decreciente)

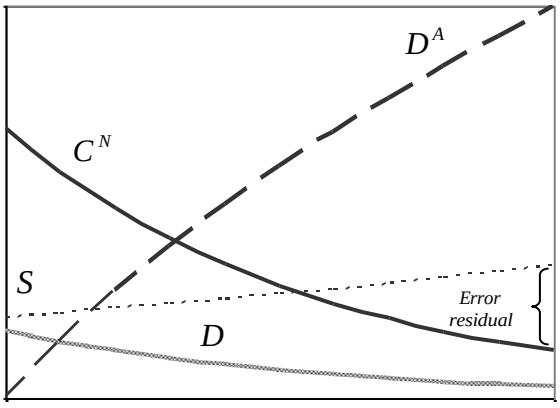
Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C + Cf_1 = C(1+f_1)$	$2/n$	$C\,2/n\,(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1)+C(1+f_1)f_2 = C(1+f_1)(1+f_2)$	$2/n$	$C\,2/n\left[1-(2/n)\right](1+f_1)(1+f_2)$	$C\,2/n\,(1+f_1)f_2$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$2/n$	$C\,2/n\left[1-(2/n)\right]^{i-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C\left\{1-\left[1-(2/n)\right]^{i-1}\right\}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$2/n$	$C\,2/n\left[1-(2/n)\right]^{n-1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$C\left\{1-\left[1-(2/n)\right]^{n-1}\right\}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor neto del activo ajustado*	*Valor de salvamento ajustado*
———	C	C	S
$C\,2/n\,(1+f_1)$	$C(1+f_1)-C\,2/n\,(1+f_1)$ $=C\left[1-\left(2/n\right)\right](1+f_1)$	$C(1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$C\,2/n\,(1+f_1)+C\,2/n\,(1+f_1)f_2$ $+C\,2/n\left[1-\left(2/n\right)\right](1+f_1)(1+f_2)$ $=C\left[2\left(2/n\right)-\left(2/n\right)^2\right](1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-C\left[2\left(2/n\right)-\left(2/n\right)^2\right](1+f_1)(1+f_2)$ $=C\left[1-\left(2/n\right)\right]^2(1+f_1)(1+f_2)$	$C\left[1-(2/n)\right](1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .	. . .
$C\left\{1-\left[1-\left(2/n\right)\right]^i\right\}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-\left(2/n\right)\right]^i\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-\left(2/n\right)\right]^{i-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .	. . .
$C\left\{1-\left[1-\left(2/n\right)\right]^n\right\}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-\left(2/n\right)\right]^n\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-\left(2/n\right)\right]^{n-1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Figura 15
El valor del dinero en el tiempo en el método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)



Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

1.6. Método de depreciación de saldos decrecientes

Método acelerado de depreciación en el que la cuota de depreciación de cada período se establece multiplicando el valor neto del activo (se resta la depreciación acumulada del costo del activo) al inicio de cada período por una tasa de depreciación fija.

La tasa de depreciación fija corresponde a:

$$r_i^{sdc} = 1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}} \qquad \textbf{(134)}$$

La descripción del método nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Tabla 11
Tabla de depreciación del método de saldos decrecientes

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)$	$C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]$
2	$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]$	$C\left[2\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)^2\right]$	$C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^2$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i-1}$	$C\left\{1-\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^i\right\}$	$C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^i$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}$	$(C-S)$ $Para\ S \neq 0$	S $Para\ S \neq 0$

Fuente: elaboración propia

Las expresiones para la cuota de depreciación, depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 11:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$D_i = C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i-1} \qquad \textbf{(135)}$$

$$D_i^A = C\left\{1-\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i}\right\} \qquad \textbf{(136)}$$

$$C_i^N = C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i} \qquad \textbf{(137)}$$

Las ecuaciones 135, 136 y 137 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

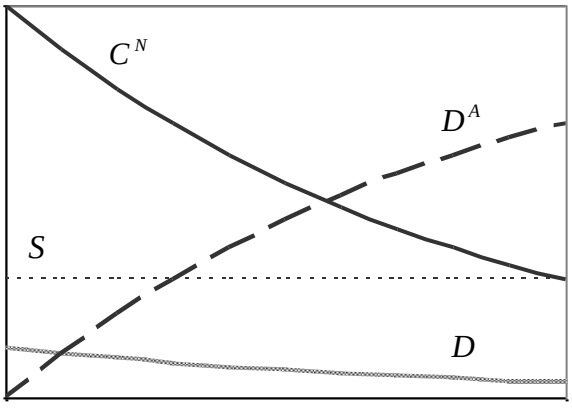
$$D(t) = C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{t-1} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(138)}$$

$$D^A(t) = C\left\{1-\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{t}\right\} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(139)}$$

$$C^N(t) = C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{t} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(140)}$$

En la figura 16 se presentan las características principales de este método.

Figura 16
Método de depreciación de saldos decrecientes



Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = S \text{ para } S \neq 0 \qquad \textbf{(141)}$$

Al derivar la ecuación 140:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = C \ln\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^t \qquad \textbf{(142)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia es una función exponencial del tiempo.

Este método posee las siguientes particularidades:

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$r_i^{sdc} = 1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}} \qquad \textbf{(143)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

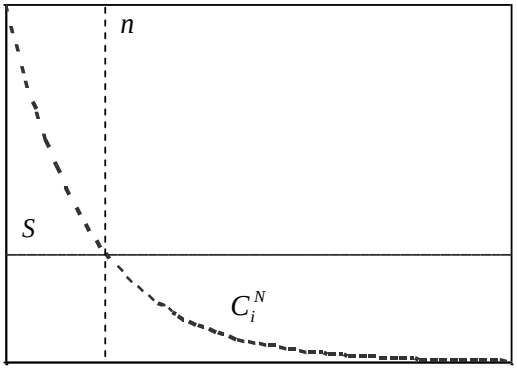
$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{sdc} = \left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)+\ldots \; n \; veces \qquad \textbf{(144)}$$

Al calcular la sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{sdc} = n\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right) \qquad \textbf{(145)}$$

La figura 17 muestra el valor neto del activo para una vida útil n dada en función del tiempo, la relación funcional se ha prolongado más allá de la vida útil.

Figura 17
Valor neto del activo en función del tiempo

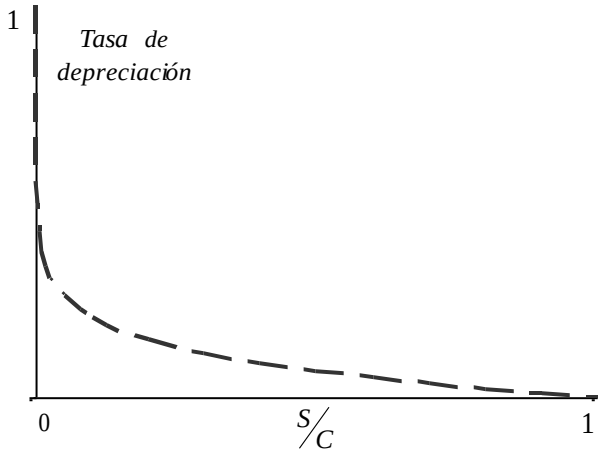


Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Este método no cuenta con error residual cuando se tiene salvamento, valor residual o valor de desecho. Cuando el salvamento es cero, la tasa de depreciación calculada es uno, $r_i^{sdc} = 1$ y conduce al error de depreciar la totalidad del costo del activo en el primer período a pesar de tener una vida útil diferente. La figura 18 muestra el comportamiento de la tasa de depreciación para una vida útil n dada como función de la relación S/C.

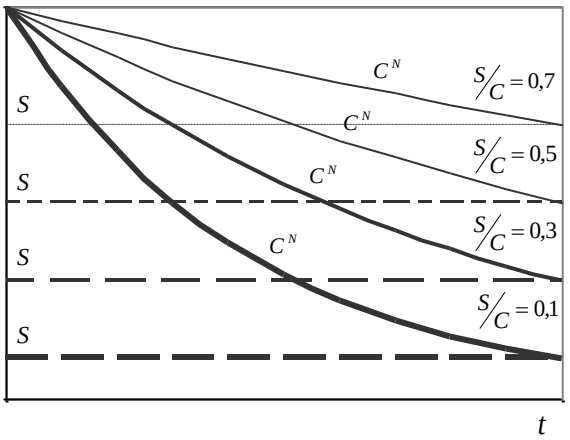
Figura 18
Tasa de depreciación en función de la relación S/C



Fuente: elaboración propia

La figura 19 muestra el valor neto del activo para una vida útil n dada en función del tiempo para varios niveles de la relación S/C.

Figura 19
Valor neto del activo en función del tiempo para varios niveles de la relación S/C



Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 12.

Tabla 12
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del método de saldos decrecientes

Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C + Cf_1 = C(1+f_1)$	$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1)+C(1+f_1)f_2 = C(1+f_1)(1+f_2)$	$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right](1+f_1)(1+f_2)$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)(1+f_1)f_2$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C\left\{1-\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i-1}\right\}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$C\left\{1-\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}\right\}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

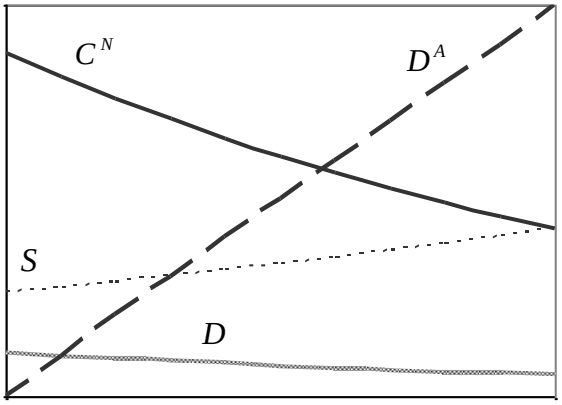
Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor neto del activo ajustado*	*Valor de salvamento ajustado*
———	C	C	S
$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)(1+f_1)$	$C(1+f_1)-C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)(1+f_1)$ $=C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right](1+f_1)$	$C(1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)(1+f_1)+C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)(1+f_1)f_2$ $+C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right](1+f_1)(1+f_2)$ $=C\left[2\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)^2\right](1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-C\left[2\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)^2\right](1+f_1)(1+f_2)$ $=C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^2(1+f_1)(1+f_2)$	$C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right](1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .	. . .
$C\left\{1-\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^i\right\}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^i\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .	. . .
$(C-S)\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$
Para $S\neq 0$	*Para* $S\neq 0$		

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 20
El valor del dinero en el tiempo en el método de depreciación de saldos decrecientes



Fuente: elaboración propia

2. MÉTODO GENERALIZADO DE DEPRECIACIÓN DE VARIACIÓN EXPONENCIAL

Tanto el método de reducción de saldos (doble saldo decreciente) como el método de saldos decrecientes son casos particulares del método generalizado de depreciación de variación exponencial. El método generalizado de depreciación de variación exponencial es un método acelerado de depreciación en el que la cuota de depreciación de cada período se establece multiplicando el valor neto del activo (se resta la depreciación acumulada del costo del activo) al inicio de cada período por una tasa de depreciación fija. La descripción del método nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 13
Tabla de depreciación del método generalizado de variación exponencial

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	r_d	Cr_d	Cr_d	$C(1-r_d)$
2	r_d	$Cr_d(1-r_d)$	$C(2r_d-r_d^2)$	$C(1-r_d)^2$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	r_d	$Cr_d(1-r_d)^{i-1}$	$C\left[1-(1-r_d)^i\right]$	$C(1-r_d)^i$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	r_d	$Cr_d(1-r_d)^{n-1}$	$C\left[1-(1-r_d)^n\right]$	$C(1-r_d)^n$

Fuente: elaboración propia

Las expresiones para la cuota de depreciación, depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 13:

$$D_i = Cr_d(1-r_d)^{i-1} \quad \textbf{(146)}$$

$$D_i^A = C\left[1-(1-r_d)^i\right] \quad \textbf{(147)}$$

$$C_i^N = C(1-r_d)^i \quad \textbf{(148)}$$

Las ecuaciones 146, 147 y 148 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$D(t) = Cr_d\left(1 - r_d\right)^{t-1} \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(149)}$$

$$D^A(t) = C\left[1 - \left(1 - r_d\right)^t\right] \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(150)}$$

$$C^N(t) = C\left(1 - r_d\right)^t \qquad 0 \le t \le n \qquad \textbf{(151)}$$

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = C\left(1 - r_d\right)^n \qquad \textbf{(152)}$$

Al derivar la ecuación 151:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = C\ln\left(1 - r_d\right)\left(1 - r_d\right)^t \qquad \textbf{(153)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ *cambia es una función exponencial del tiempo.*

Cuando la tasa de depreciación fija (coeficiente de la base exponencial r_d) viene dado por:

$$r_d = \frac{2}{n} \qquad \textbf{(154)}$$

Se obtiene el método de reducción de saldos (doble saldo decreciente).

Si el coeficiente de la base exponencial r_d se establece al considerar que el valor neto del activo al término de la vida útil corresponde al valor de salvamento se tiene:

$$C\left(1 - r_d\right)^n = S \qquad \textbf{(155)}$$

Al obtener el valor para r_d:

$$r_d = 1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}} \qquad \textbf{(156)}$$

Se obtiene el método de saldos decrecientes.

Este método posee las siguientes particularidades:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$r_i^{ge} = r_d \qquad \textbf{(157)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

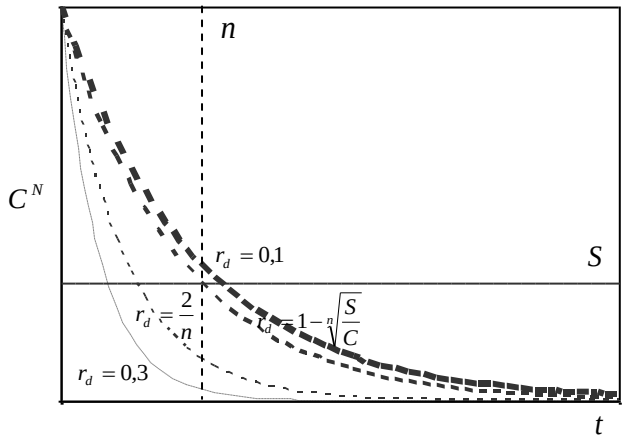
$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{ge} = r_d + r_d + r_d + \ldots \;\; n \; veces \qquad \textbf{(158)}$$

Al calcular la sumatoria:

$$\sum_{i=1}^{n} r_i^{ge} = n r_d \qquad \textbf{(159)}$$

La figura 21 muestra el valor neto del activo para una vida útil n dada en función del tiempo para varios niveles del coeficiente de la base exponencial r_d. La relación funcional se ha prolongado más allá de la vida útil. Se ha graficado el coeficiente r_d cuando toma el valor de la tasa de depreciación de los métodos de reducción de saldos (doble saldo decreciente) y saldos decrecientes.

Figura 21
Valor neto del activo en función del tiempo para varios niveles del coeficiente de la base exponencial r_d

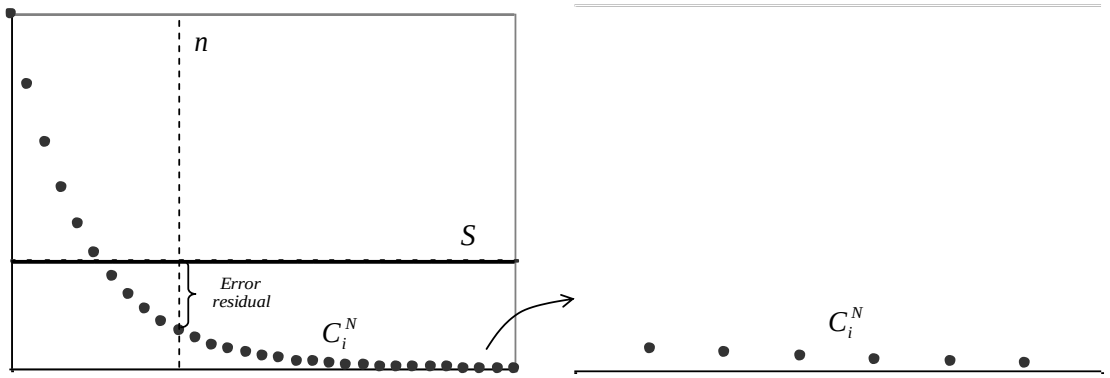


Fuente: elaboración propia

En las figuras 22 y 23 se presentan los posibles comportamientos que puede tomar el valor neto del activo en función del tiempo.

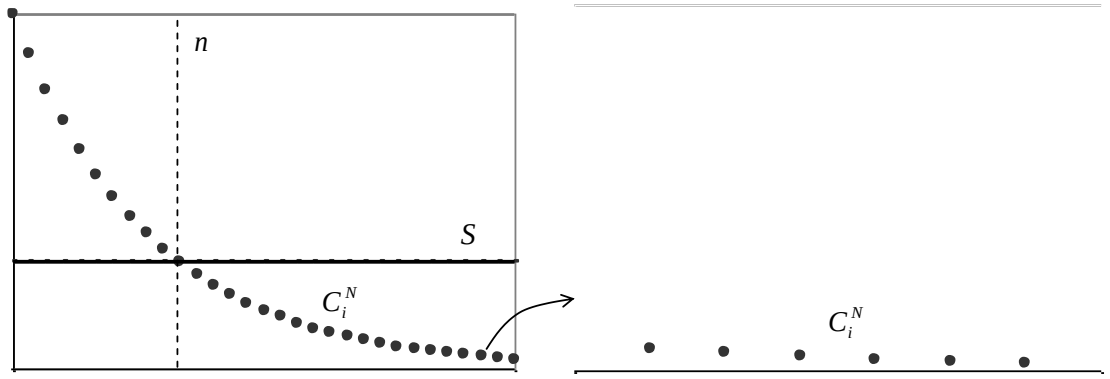
Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 22
Comportamiento del valor neto del activo en función del tiempo con error residual



Fuente: elaboración propia

Figura 23
Comportamiento del valor neto del activo en función del tiempo sin error residual



Fuente: elaboración propia

$$\lim_{t\to\infty} C(1-r_d)^t = 0 \text{ para } 0 > r_d > 1 \qquad \textbf{(160)}$$

A pesar de que el valor neto del activo converge a cero, no es posible llegar a ese valor al término de la vida útil, ya que este valor se configura como una asíntota horizontal[9]. Las consideraciones realizadas permiten establecer el siguiente principio de convergencia asintótica.

[9] La recta $y = L$ se llama asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$ si:
$\lim_{x\to\infty} f(x) = L$ ó $\lim_{x\to-\infty} f(x) = L$ (Stewart, 1999).

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Principio de convergencia asintótica

Es imposible construir un método de depreciación en el que la cuota de depreciación de cada período se establezca multiplicando el valor neto del activo (se resta la depreciación acumulada del costo del activo) al inicio de cada período por una tasa de depreciación fija y se llegue al término de la vida útil a cero para el valor neto del activo[10].

Al igualar a cero el valor neto del activo al término de la vida útil:

$$C(1-r_d)^n = 0 \qquad \textbf{(161)}$$

$$(1-r_d)^n = 0 \qquad \textbf{(162)}$$

$$r_d = 1 \quad \text{raíz de multiplicidad } n \qquad \textbf{(163)}$$

Este coeficiente conduce al error de depreciar la totalidad del costo del activo en el primer período a pesar de tener una vida útil diferente. Solución obtenida igualmente para el método de saldos decrecientes cuando $S = 0$
El error residual viene dado por:

$$\varepsilon_r = \left| C(1-r_d)^n - S \right| \qquad \textbf{(164)}$$

No existe error residual cuando:

$$C(1-r_d)^n = S \qquad \text{para } S \neq 0 \qquad \textbf{(165)}$$

No existe error residual para la relación:

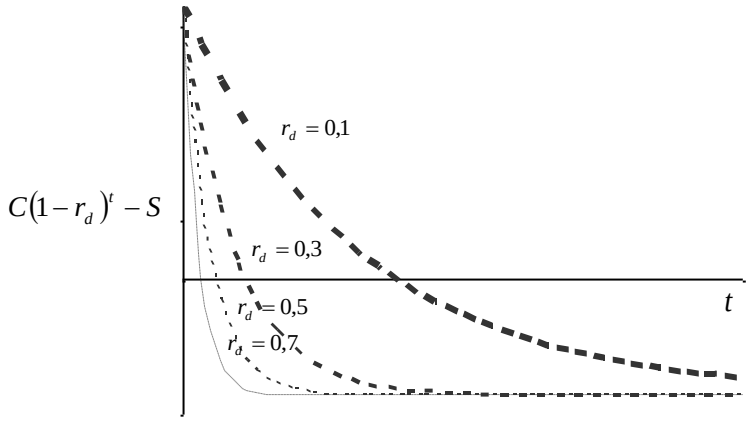
$$\frac{S}{C} = (1-r_d)^n \qquad \text{para } S \neq 0 \qquad \textbf{(166)}$$

Las figuras 24 y 25 muestran el error residual para una relación S/C dada en función del tiempo para varios niveles del coeficiente de la base exponencial r_d

[10] Aunque para vidas útiles grandes el error residual puede considerarse despreciable, para vidas útiles pequeñas el efecto puede ser bastante significativo.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 24
Exceso del valor neto del activo sobre el salvamento en función del tiempo para varios niveles del coeficiente de la base exponencial r_d

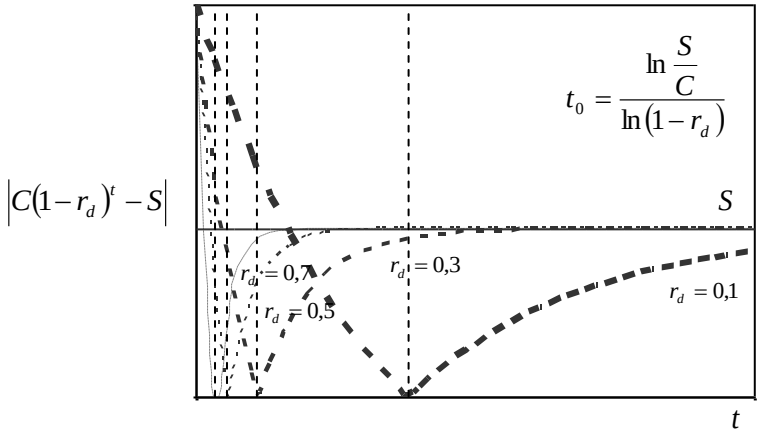


Fuente: elaboración propia

No existe error residual para el tiempo:

$$t_0 = \frac{\ln \frac{S}{C}}{\ln(1-r_d)} \qquad \textbf{(167)}$$

Figura 25
Error residual en función del tiempo para varios niveles del coeficiente de la base exponencial r_d



Fuente: elaboración propia

$$\lim_{t\to\infty} \left|C(1-r_d)^t - S\right| = S \text{ para } 0 > r_d > 1 \qquad \textbf{(168)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Si no existe salvamento, valor residual o valor de desecho, el error residual viene dado por:

$$\varepsilon_r = \left| C(1 - r_d)^n \right| \qquad \textbf{(169)}$$

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 14.

Tabla 14
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del método generalizado de variación exponencial

Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C + Cf_1 = C(1+f_1)$	r_d	$Cr_d(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1)+C(1+f_1)f_2 = C(1+f_1)(1+f_2)$	r_d	$Cr_d(1-r_d)(1+f_1)(1+f_2)$	$Cr_d(1+f_1)f_2$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	r_d	$Cr_d(1-r_d)^{i-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-(1-r_d)^{i-1}\right]\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	r_d	$Cr_d(1-r_d)^{n-1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$C\left[1-(1-r_d)^{n-1}\right]\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor neto del activo ajustado*	*Valor de salvamento ajustado*
———	C	C	S
$Cr_d(1+f_1)$	$C(1+f_1)-Cr_d(1+f_1)$ $=C(1-r_d)(1+f_1)$	$C(1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$Cr_d(1+f_1)+Cr_d(1+f_1)f_2$ $+Cr_d(1-r_d)(1+f_1)(1+f_2)$ $=C(2r_d-r_d^2)(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-C(2r_d-r_d^2)(1+f_1)(1+f_2)$ $=C(1-r_d)^2(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1-r_d)(1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .	. . .
$C\left[1-(1-r_d)^i\right]\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C(1-r_d)^i\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$C(1-r_d)^{i-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .	. . .
$C\left[1-(1-r_d)^n\right]\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$C(1-r_d)^n\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$C(1-r_d)^{n-1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

3. NUEVO MÉTODO GENERALIZADO DE DEPRECIACIÓN DE VARIACIÓN EXPONENCIAL

En las tablas 15 y 16 aparecen las características principales de los métodos de depreciación contables más utilizados. En la tabla 15 se lista la expresión de la cuota de depreciación para el período i-ésimo así como la ley de formación e incluye el error residual para cada uno de los métodos. En la tabla 16 se desagrega la expresión de la cuota de depreciación y se verifica la ecuación de normalización.

Tabla 15
Características principales de los métodos contables de depreciación más utilizados

MÉTODO DE DEPRECIACIÓN	CUOTA DE DEPRECIACIÓN	ERROR RESIDUAL	LEY DE FORMACIÓN
Línea recta	$D_i = (C-S)\frac{1}{n}$	No tiene	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es constante.
Suma de los dígitos de los años de vida útil del activo	$D_i = (C-S)\frac{(n+1)-i}{\frac{n(n+1)}{2}}$	No tiene	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función lineal del tiempo.
Unidades de producción	$D_i = (C-S)\frac{\mu+(i-1)L}{n\left[\mu+\frac{(n-1)}{2}L\right]}$	No tiene	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función lineal del tiempo.
Horas de funcionamiento	$D_i = (C-S)\frac{G(1+G)^{i-1}}{(1+G)^n-1}$	No tiene	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función exponencial del tiempo.
Reducción de saldos (doble saldo decreciente)	$D_i = C\,2/n\left[1-(2/n)\right]^{i-1}$	$\varepsilon_r = \left\lvert C\left[1-(2/n)\right]^n - S\right\rvert$	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función exponencial del tiempo.
Saldos decrecientes	$D_i = C\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i-1}$	No tiene cuando tiene valor de salvamento, si no existe salvamento conduce al error de depreciar la totalidad del costo del activo en el primer período a pesar de tener una vida útil diferente.	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función exponencial del tiempo.
Generalizado de variación exponencial	$D_i = Cr_d(1-r_d)^{i-1}$	$\varepsilon_r = \left\lvert C(1-r_d)^n - S\right\rvert$	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función exponencial del tiempo.

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 16
Aspectos más importantes de la cuota de depreciación de los métodos contables de depreciación más utilizados

MÉTODO DE DEPRECIACIÓN	CUOTA DE DEPRECIACIÓN	MONTO A DEPRECIAR	TASA DE DEPRECIACIÓN	PSEUDOTASA DE DEPRECIACIÓN	ECUACIÓN DE NORMALIZACIÓN
Línea recta	$D_i = \varphi(C,S) r_i^{lr}(n)$	$\varphi(C,S) = (C-S)$	$r_i^{lr}(n) = \frac{1}{n}$		$\sum_{i=1}^{n} r_i^{lr} = 1$
Suma de los dígitos de los años de vida útil del activo	$D_i = \varphi(C,S) r_i^{sd}(n,i)$	$\varphi(C,S) = (C-S)$	$r_i^{sd}(n,i) = \frac{(n+1)-i}{\frac{n(n+1)}{2}}$		$\sum_{i=1}^{n} r_i^{sd} = 1$
Unidades de producción	$D_i = \varphi(C,S) r_i^{up}(n,i,\mu,L)$	$\varphi(C,S) = (C-S)$	$r_i^{up}(n,i,\mu,L) = \frac{\mu+(i-1)L}{n\left[\mu+\frac{(n-1)}{2}L\right]}$		$\sum_{i=1}^{n} r_i^{up} = 1$
Horas de funcionamiento	$D_i = \varphi(C,S) r_i^{hf}(n,i,G)$	$\varphi(C,S) = (C-S)$	$r_i^{hf}(n,i,G) = \frac{G(1+G)^{i-1}}{(1+G)^n - 1}$		$\sum_{i=1}^{n} r_i^{hf} = 1$
Reducción de saldos (doble saldo decreciente)	$D_i = \psi(C) \xi_i^{rs}(n,i)$	$\psi(C) = C$	$r_i^{rs}(n) = \frac{2}{n}$	$\xi_i^{rs}(n,i) = 2/n\left[1-(2/n)\right]^{i-1}$	$\sum_{i=1}^{n} r_i^{rs} = 2$
Saldos decrecientes	$D_i = \psi(C) \xi_i^{sdc}(n,i,S,C)$	$\psi(C) = C$	$r_i^{sdc}(n,S,C) = 1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$	$\xi_i^{sdc}(n,i,S,C) = \left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1-\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{i-1}$	$\sum_{i=1}^{n} r_i^{sdc} = n\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)$
Generalizado de variación exponencial	$D_i = \psi(C) \xi_i^{ge}(i,r_d)$	$\psi(C) = C$	$r_i^{ge}(r_d) = r_d$	$\xi_i^{ge}(i,r_d) = r_d(1-r_d)^{i-1}$	$\sum_{i=1}^{n} r_i^{ge} = nr_d$

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

La cuota de depreciación viene dada por el producto de dos relaciones funcionales, la primera está asociada al monto a depreciar y la segunda a la tasa de depreciación (o pseudotasa de depreciación). Cuando la relación asociada al monto a depreciar tiene en cuenta el salvamento, y su tasa de depreciación está normalizada se tiene un método de depreciación sin error residual. Los métodos que no tienen en cuenta el salvamento en el monto a depreciar cuentan con pseudotasa de depreciación que pueden o no incluir el valor de salvamento en la relación funcional. Los métodos que no tienen en cuenta el salvamento en el monto a depreciar y no lo trasladan a la relación funcional de la pseudotasa de depreciación poseen error residual. Los métodos que no tienen en cuenta el salvamento en el monto a depreciar y lo trasladan a la relación funcional de la pseudotasa de depreciación no poseen error residual a menos que este valor sea cero en este caso existe *convergencia asintótica* hacia este valor. La tasa de depreciación no esta normalizada para los métodos que no tienen en cuenta el salvamento en el monto a depreciar y cuentan con pseudotasa de depreciación.

El problema básico al obtener un nuevo método de variación exponencial consiste en hallar dos funciones, una asociada al monto a depreciar y otra a la tasa de depreciación, conociendo la normalización de tasa durante la vida útil del activo y que la rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia debe ser una función exponencial del tiempo sujeto a las condiciones de la no existencia de error residual ni convergencia asintótica.

En términos generales la cuota de depreciación viene dada por:

$$D_i = \chi(C,S)\varsigma(n,i,\mu,L,G,S,C,r_d) \quad \textbf{(170)}$$

Al incluir la variable ω para simplificar la función $\varsigma(n,i,\mu,L,G,S,C,r_d)$ se tiene:

$$D_i = \chi(C,S)\vartheta(n,i,\omega) \quad \textbf{(171)}$$

La función asociada al monto a depreciar viene dada por:

$$\chi(C,S) \quad \textbf{(172)}$$

La función asociada a la tasa de depreciación viene dada por:

$$\vartheta(n,i,\omega) \quad \textbf{(173)}$$

Se elige como función asociada al monto a depreciar:

$$\chi(C,S) = (C-S) \quad \textbf{(174)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Cuando no se tiene valor de salvamento, valor residual o valor de desecho, el monto a depreciar corresponde al valor del activo, la ecuación 174 reconoce esta situación al hacer a $S = 0$.

En primera instancia como función asociada a la tasa de depreciación se toma la pseudotasa del método generalizado de variación exponencial:

$$\xi_i^{ge}(i, r_d) = r_d (1 - r_d)^{i-1} \quad \textbf{(175)}$$

Al establecer la función:

$$\vartheta(i, \omega) = \omega(1 - \omega)^{i-1} \quad \textbf{(176)}$$

La función $\vartheta(i, \omega)$ debe cumplir la siguiente ecuación de normalización:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta(i, \omega) = 1 \quad \textbf{(177)}$$

De la ecuación 176:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta(i, \omega) = \omega + \omega(1 - \omega) + \ldots + \omega(1 - \omega)^{i-1} + \ldots + \omega(1 - \omega)^{n-1} = 1 \quad \textbf{(178)}$$

Estableciendo la ecuación:

$$\omega + \omega(1 - \omega) + \ldots + \omega(1 - \omega)^{i-1} + \ldots + \omega(1 - \omega)^{n-1} = 1 \quad \textbf{(179)}$$

Agrupando los términos en el miembro izquierdo:

$$\omega + \omega(1 - \omega) + \ldots + \omega(1 - \omega)^{i-1} + \ldots + \omega(1 - \omega)^{n-1} - 1 = 0 \quad \textbf{(180)}$$

Factorizando:

$$(\omega - 1)^n = 0 \quad \textbf{(181)}$$

Resolviendo:

$\omega = 1$ raíz de multiplicidad n. **(182)**

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

No existe un valor razonable para ω que satisfaga la ecuación de normalización bajo la relación funcional supuesta (conduce al error de depreciar la totalidad del costo del activo en el primer período a pesar de tener una vida útil diferente).

Al suponer comportamiento variable geométricamente en el método de horas de funcionamiento se obtiene una ley de formación exponencial; por lo tanto, por analogía se puede establecer la siguiente función asociada a la tasa de depreciación:

$$r_i^{hf}(n,i,G) = \frac{G(1+G)^{i-1}}{(1+G)^n - 1} \qquad \textbf{(183)}$$

Al establecer la función:

$$\vartheta(n,i,\omega) = \frac{\omega(1+\omega)^{i-1}}{(1+\omega)^n - 1} \qquad \textbf{(184)}$$

La función $\vartheta(n,i,\omega)$ debe cumplir la siguiente ecuación de normalización:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta(n,i,\omega) = 1 \qquad \textbf{(185)}$$

De la ecuación 184:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta(n,i,\omega) = \frac{\omega}{(1+\omega)^n - 1} + \frac{\omega(1+\omega)}{(1+\omega)^n - 1} + \ldots + \frac{\omega(1+\omega)^{i-1}}{(1+\omega)^n - 1} + \ldots + \frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n - 1} \qquad \textbf{(186)}$$

Al agrupar términos:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta(n,i,\omega) = \frac{\omega + \omega(1+\omega) + \ldots + \omega(1+\omega)^{i-1} + \ldots + \omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n - 1} \qquad \textbf{(187)}$$

Al dividir por ω el numerador y denominador de la ecuación 187:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta(n,i,\omega) = \frac{1 + (1+\omega) + \ldots + (1+\omega)^{i-1} + \ldots + (1+\omega)^{n-1}}{\dfrac{(1+\omega)^n - 1}{\omega}} \qquad \textbf{(188)}$$

Al operar sobre el numerador:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\kappa = 1 + (1+\omega) + \ldots + (1+\omega)^{i-1} + \ldots + (1+\omega)^{n-1} \quad \textbf{(189)}$$

Al multiplicar la ecuación 189 por $(1+\omega)$ se tiene:

$$\kappa(1+\omega) = (1+\omega) + (1+\omega)^2 + \ldots + (1+\omega)^i + \ldots + (1+\omega)^n \quad \textbf{(190)}$$

Al restar la ecuación 189 de la 190 se llega a:

$$\kappa(1+\omega) - \kappa = (1+\omega)^n - 1 \quad \textbf{(191)}$$

Al agrupar términos:

$$\kappa[(1+\omega)-1] = (1+\omega)^n - 1 \quad \textbf{(192)}$$

Al reordenar el resultado:

$$\kappa = \frac{(1+\omega)^n - 1}{\omega} \quad \textbf{(193)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 193 en la ecuación 188 se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{n} \vartheta(n,i,\omega) = \frac{\dfrac{(1+\omega)^n - 1}{\omega}}{\dfrac{(1+\omega)^n - 1}{\omega}} = 1 \quad \textbf{(194)}$$

Por analogía ω está asociado a una tasa de variación geométrica, si ω es mayor que cero la tasa de depreciación será creciente, si es menor que cero será decreciente, si es cero será constante.

Al aplicar la regla de L'Hôpital[11], se tiene:

---

[11] *Regla de L'Hôpital*
Supóngase que f y g son diferenciables y que $g'(x) \neq 0$ cerca de a (excepto quizás en a).
Supóngase que

$$\lim_{x\to a} f(x) = 0 \quad \text{y} \quad \lim_{x\to a} g(x) = 0$$

o que

$$\lim_{x\to a} f(x) = \pm\infty \quad \text{y} \quad \lim_{x\to a} g(x) = \pm\infty$$

(En otras palabras, tenemos una forma indeterminada del tipo $0/0$ o ∞/∞)
Entonces

$$\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\lim_{\omega\to 0}\frac{\omega(1+\omega)^{i-1}}{(1+\omega)^{n}-1}=\lim_{\omega\to 0}\frac{\frac{d}{d\omega}\omega(1+\omega)^{i-1}}{\frac{d}{d\omega}(1+\omega)^{n}-1}=\lim_{\omega\to 0}\frac{\omega(i-1)(1+\omega)^{i-2}+(1+\omega)^{i-1}}{n(1+\omega)^{n-1}}=\frac{1}{n} \quad \textbf{(195)}$$

ω es el coeficiente de la base exponencial del nuevo método y lo tomaremos mayor a cero; por lo tanto, la tasa de depreciación será creciente. En el método tradicional la tasa de depreciación es decreciente debido a que el valor neto del activo que es la base sobre la cual se aplica la tasa disminuye conforme transcurre el tiempo hasta el término de la vida útil. En la tabla 17 se realiza el ajuste para que la tasa propuesta para el nuevo método se ajuste al comportamiento del método tradicional.

Tabla 17
Ajuste de la función asociada a la tasa de depreciación propuesta para el nuevo método al comportamiento del método tradicional

Período	$r_d(1-r_d)^{i-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{i-1}}{(1+\omega)^{n}-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^{n}-1}$
1	r_d	$\frac{\omega}{(1+\omega)^{n}-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^{n}-1}$
2	$r_d(1-r_d)$	$\frac{\omega(1+\omega)}{(1+\omega)^{n}-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^{n}-1}$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
i	$r_d(1-r_d)^{i-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{i-1}}{(1+\omega)^{n}-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^{n}-1}$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
n	$r_d(1-r_d)^{n-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^{n}-1}$	$\frac{\omega}{(1+\omega)^{n}-1}$

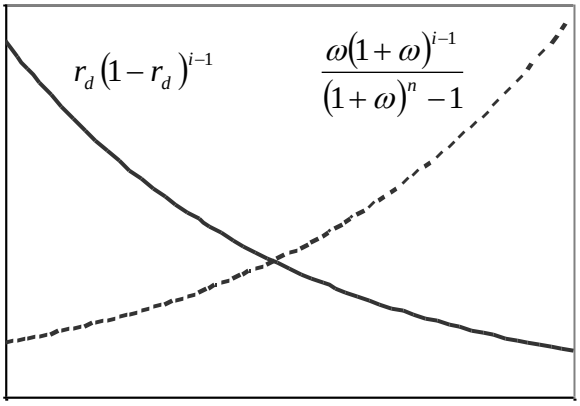
Fuente: elaboración propia

si el límite del segundo miembro existe (o es ∞ o $-\infty$) (Stewart, 1999).

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

La figura 26 muestra la pseudotasa del método exponencial tradicional y la tasa propuesta del nuevo método para una vida útil n dada en función del tiempo. El coeficiente de la base exponencial de los dos métodos es el mismo.

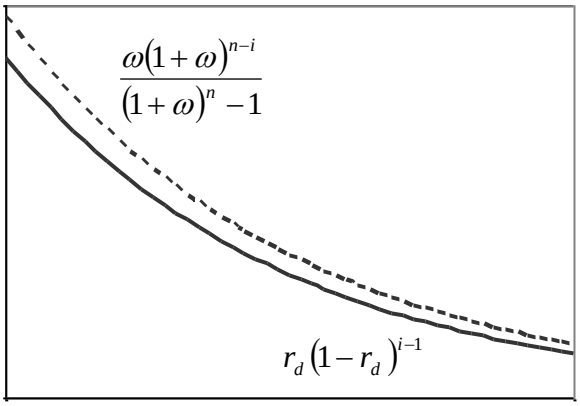
Figura 26
Pseudotasa del método exponencial tradicional y la tasa propuesta del nuevo método en función del tiempo



Fuente: elaboración propia

La figura 27 muestra la pseudotasa del método exponencial tradicional y la tasa ajustada del nuevo método para una vida útil n dada en función del tiempo. El coeficiente de la base exponencial de los dos métodos es el mismo.

Figura 27
Pseudotasa del método exponencial tradicional y la tasa ajustada del nuevo método en función del tiempo



Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

La función propuesta del nuevo método se ubica en la parte superior respecto a la función del método tradicional ya que distribuye el error residual a lo largo de la vida útil del activo.

Se elige como función asociada a la tasa de depreciación:

$$\vartheta(n,i,\omega)=\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^{n}-1} \quad \text{para } \omega>0 \qquad \textbf{(196)}$$

La cuota de depreciación se obtiene de la siguiente expresión:

$$D_i=(C-S)\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^{n}-1} \quad \text{para } \omega>0 \qquad \textbf{(197)}$$

Al introducir la tasa de depreciación:

$$D_i=(C-S)R_i^{GE} \qquad \textbf{(198)}$$

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$R_i^{GE}=\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^{n}-1} \qquad \textbf{(199)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

$$\sum_{i=1}^{n}R_i^{GE}=\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^{n}-1}+\frac{\omega(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^{n}-1}+\ldots+\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^{n}-1}+\ldots+\frac{\omega}{(1+\omega)^{n}-1} \qquad \textbf{(200)}$$

Al agrupar términos:

$$\sum_{i=1}^{n}R_i^{GE}=\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}+\omega(1+\omega)^{n-2}+\ldots+\omega(1+\omega)^{n-i}+\ldots+\omega}{(1+\omega)^{n}-1} \qquad \textbf{(201)}$$

Al dividir por ω el numerador y denominador de la ecuación 201:

$$\sum_{i=1}^{n}R_i^{GE}=\frac{(1+\omega)^{n-1}+(1+\omega)^{n-2}+\ldots+(1+\omega)^{n-i}+\ldots+1}{\dfrac{(1+\omega)^{n}-1}{\omega}} \qquad \textbf{(202)}$$

Al operar sobre el numerador:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\pi = (1+\omega)^{n-1} + (1+\omega)^{n-2} + \ldots + (1+\omega)^{n-i} + \ldots + 1 \quad \textbf{(203)}$$

Al multiplicar la ecuación 203 por $(1+\omega)$ se tiene:

$$\pi(1+\omega) = (1+\omega)^{n} + (1+\omega)^{n-1} + \ldots + (1+\omega)^{n-(i-1)} + \ldots + (1+\omega) \quad \textbf{(204)}$$

Al restar la ecuación 203 de la 204 se llega a:

$$\pi(1+\omega) - \pi = (1+\omega)^{n} - 1 \quad \textbf{(205)}$$

Al agrupar términos:

$$\pi[(1+\omega)-1] = (1+\omega)^{n} - 1 \quad \textbf{(206)}$$

Al reordenar el resultado:

$$\pi = \frac{(1+\omega)^{n} - 1}{\omega} \quad \textbf{(207)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 207 en la ecuación 202 se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{GE} = \frac{\dfrac{(1+\omega)^{n} - 1}{\omega}}{\dfrac{(1+\omega)^{n} - 1}{\omega}} = 1 \quad \textbf{(208)}$$

La ecuación 197 nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 18
Tabla de depreciación del nuevo método generalizado de depreciación de variación exponencial

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}$	$C\left[1-\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}\right]+S\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}$
2	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{\omega(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}$	$C\left[1-\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}\right]+S\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}$	$C\left[1-\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}\right]+S\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	$\frac{\omega}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{\omega}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)$	S

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Las expresiones para la depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 18:

$$D_i^A = (C-S)\frac{(1+\omega)^n - (1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n - 1} \quad \textbf{(209)}$$

$$C_i^N = C\left[1 - \frac{(1+\omega)^n - (1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n - 1}\right] + S\frac{(1+\omega)^n - (1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n - 1} \quad \textbf{(210)}$$

Las ecuaciones 197, 209 y 210 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

$$D(t) = (C-S)\frac{\omega(1+\omega)^{n-t}}{(1+\omega)^n - 1} \qquad 0 \le t \le n \quad \textbf{(211)}$$

$$D^A(t) = (C-S)\frac{(1+\omega)^n - (1+\omega)^{n-t}}{(1+\omega)^n - 1} \qquad 0 \le t \le n \quad \textbf{(212)}$$

$$C^N(t) = C\left[1 - \frac{(1+\omega)^n - (1+\omega)^{n-t}}{(1+\omega)^n - 1}\right] + S\frac{(1+\omega)^n - (1+\omega)^{n-t}}{(1+\omega)^n - 1} \quad 0 \le t \le n \quad \textbf{(213)}$$

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = S \quad \textbf{(214)}$$

Al derivar la ecuación 213:

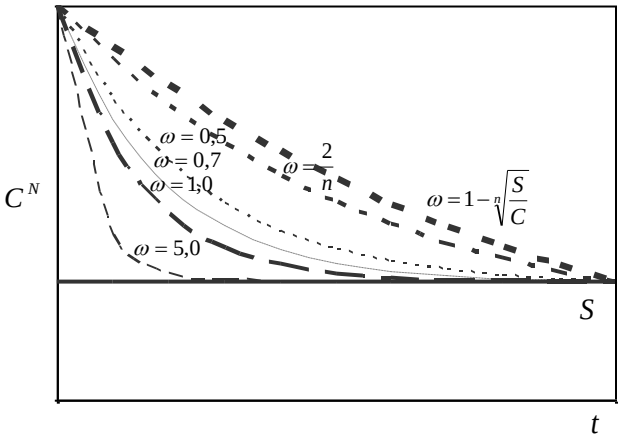
$$\frac{dC^N(t)}{dt} = (S-C)\ln(1+\omega)\frac{(1+\omega)^n}{(1+\omega)^n - 1}(1+\omega)^{-t} \quad \textbf{(215)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia es una función exponencial del tiempo.

La figura 28 muestra el valor neto del activo para una vida útil n dada en función del tiempo para varios niveles del nuevo coeficiente de la base exponencial ω. Se ha graficado el coeficiente ω cuando toma el valor de la tasa de depreciación de los métodos de reducción de saldos (doble saldo decreciente) y saldos decrecientes.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

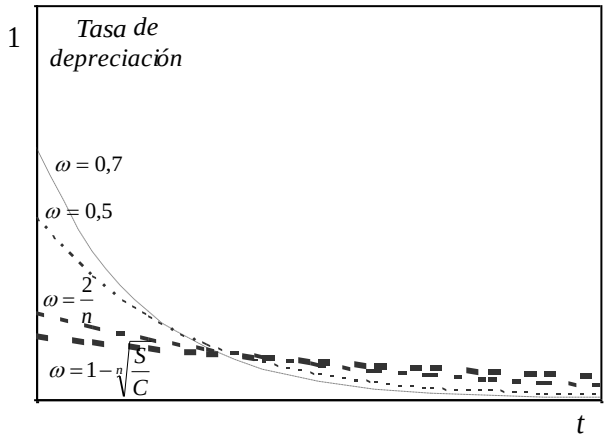
Figura 28
Valor neto del activo en función del tiempo para varios niveles del nuevo coeficiente de la base exponencial ω



Fuente: elaboración propia

La figura 29 muestra el comportamiento de la tasa de depreciación para una vida útil n dada en función del tiempo para varios niveles del nuevo coeficiente de la base exponencial ω.

Figura 29
Tasa de depreciación en función del tiempo para varios niveles del nuevo coeficiente de la base exponencial ω

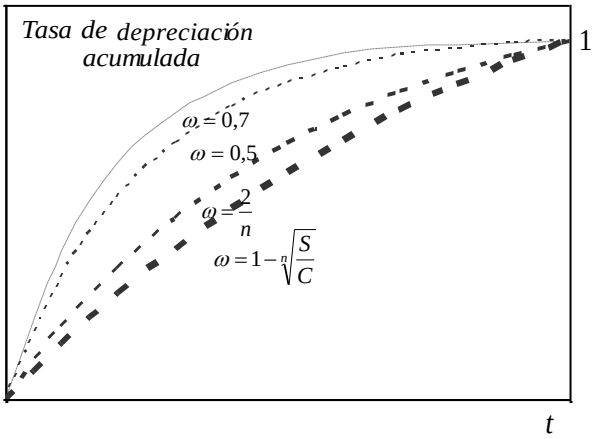


Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

La figura 30 muestra el comportamiento de la tasa de depreciación acumulada para una vida útil n dada en función del tiempo para varios niveles del nuevo coeficiente de la base exponencial ω.

Figura 30
Tasa de depreciación acumulada en función del tiempo para varios niveles del nuevo coeficiente de la base exponencial ω



Fuente: elaboración propia

En las tablas 19 y 20 aparecen las características principales de los nuevos métodos de variación exponencial. En la tabla 19 se lista la expresión de la cuota de depreciación para el período i-ésimo así como la ley de formación e incluye el error residual para cada uno de los métodos. En la tabla 20 se desagrega la expresión de la cuota de depreciación y se verifica la ecuación de normalización.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 19
Características principales de los nuevos métodos de variación exponencial

MÉTODO DE DEPRECIACIÓN	CUOTA DE DEPRECIACIÓN	ERROR RESIDUAL	LEY DE FORMACIÓN
Nuevo método generalizado de variación exponencial	$D_i = (C-S)\dfrac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n - 1}$ $\omega > 0$	No tiene	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función exponencial del tiempo.
Nuevo método de reducción de saldos (doble saldo decreciente)	$D_i = (C-S)\dfrac{2/n[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n - 1}$	No tiene	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función exponencial del tiempo.
Nuevo método de saldos decrecientes	$D_i = (C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\dfrac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\dfrac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\dfrac{S}{C}}\right)\right]^n - 1}$	No tiene	La rapidez con la que el valor neto del activo cambia es una función exponencial del tiempo.

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 20
Aspectos más importantes de la cuota de depreciación de los nuevos métodos de variación exponencial

MÉTODO DE DEPRECIACIÓN	CUOTA DE DEPRECIACIÓN	MONTO A DEPRECIAR	TASA DE DEPRECIACIÓN	ECUACIÓN DE NORMALIZACIÓN
Nuevo método generalizado de variación exponencial	$D_i = \chi(C,S)R_i^{GE}(n,i,\omega)$	$\chi(C,S)=(C-S)$	$R_i^{GE}(n,i,\omega)=\dfrac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}$ $\omega>0$	$\sum_{i=1}^{n} R_i^{GE}=1$
Nuevo método de reducción de saldos (doble saldo decreciente)	$D_i = \chi(C,S)R_i^{RS}(n,i)$	$\chi(C,S)=(C-S)$	$R_i^{RS}(n,i)=\dfrac{2/n[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n-1}$	$\sum_{i=1}^{n} R_i^{RS}=1$
Nuevo método de saldos decrecientes	$D_i = \chi(C,S)R_i^{SDC}(n,i,S,C)$	$\chi(C,S)=(C-S)$	$R_i^{SDC}(n,i,S,C)=\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n-1}$	$\sum_{i=1}^{n} R_i^{SDC}=1$

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 21.

Tabla 21
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del nuevo método generalizado de depreciación de variación exponencial

Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C+Cf_1$ $=C(1+f_1)$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}[C(1+f_1)-S(1+f_1)]$ $=(C-S)\frac{\omega(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1)+C(1+f_1)f_2$ $=C(1+f_1)(1+f_2)$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}[C(1+f_1)(1+f_2)-S(1+f_1)(1+f_2)]$ $=(C-S)\frac{\omega(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)(1+f_2)$	$(C-S)\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)f_2$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{\omega(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-(i-1)}}{(1+\omega)^n-1}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$\frac{\omega}{(1+\omega)^n-1}$	$(C-S)\frac{\omega}{(1+\omega)^n-1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\frac{(1+\omega)^n-(1+\omega)}{(1+\omega)^n-1}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor de salvamento ajustado*
	C	S
$(C-S)\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)$	$C(1+f_1)-(C-S)\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)$ $=\left\{C\left[1-\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}\right]+S\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}\right\}(1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$(C-S)\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)+(C-S)\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-1}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)f_2$ $+(C-S)\dfrac{\omega(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)(1+f_2)$ $=(C-S)\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-(C-S)\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}(1+f_1)(1+f_2)$ $=\left\{C\left[1-\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}\right]+S\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-2}}{(1+\omega)^n-1}\right\}(1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\left\{C\left[1-\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}\right]+S\dfrac{(1+\omega)^n-(1+\omega)^{n-i}}{(1+\omega)^n-1}\right\}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

3.1. Nuevo método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)

Cuando el nuevo coeficiente de la base exponencial ω viene dado por:

$$\omega=\frac{2}{n} \qquad \textbf{(216)}$$

Se obtiene el nuevo método de reducción de saldos (doble saldo decreciente).
La cuota de depreciación se obtiene de la siguiente expresión:

$$D_i=(C-S)\frac{2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-i}}{\left[1+(2/n)\right]^n-1} \qquad \textbf{(217)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Al introducir la tasa de depreciación:

$$D_i = (C - S)R_i^{RS} \quad \textbf{(218)}$$

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$R_i^{RS} = \frac{2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-i}}{\left[1+(2/n)\right]^n - 1} \quad \textbf{(219)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{RS} = \frac{2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-1}}{\left[1+(2/n)\right]^n - 1} + \frac{2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-2}}{\left[1+(2/n)\right]^n - 1} + \ldots + \frac{2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-i}}{\left[1+(2/n)\right]^n - 1} + \ldots + \frac{2/n}{\left[1+(2/n)\right]^n - 1} \quad \textbf{(220)}$$

Al agrupar términos:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{RS} = \frac{2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-1} + 2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-2} + \ldots + 2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-i} + \ldots + 2/n}{\left[1+(2/n)\right]^n - 1} \quad \textbf{(221)}$$

Al dividir por $2/n$ el numerador y denominador de la ecuación 221:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{RS} = \frac{\left[1+(2/n)\right]^{n-1} + \left[1+(2/n)\right]^{n-2} + \ldots + \left[1+(2/n)\right]^{n-i} + \ldots + 1}{\dfrac{\left[1+(2/n)\right]^n - 1}{2/n}} \quad \textbf{(222)}$$

Al operar sobre el numerador:

$$\lambda = \left[1+(2/n)\right]^{n-1} + \left[1+(2/n)\right]^{n-2} + \ldots + \left[1+(2/n)\right]^{n-i} + \ldots + 1 \quad \textbf{(223)}$$

Al multiplicar la ecuación 223 por $\left[1+(2/n)\right]$ se tiene:

$$\lambda\left[1+(2/n)\right] = \left[1+(2/n)\right]^n + \left[1+(2/n)\right]^{n-1} + \ldots + \left[1+(2/n)\right]^{n-(i-1)} + \ldots + \left[1+(2/n)\right] \quad \textbf{(224)}$$

Al restar la ecuación 223 de la 224 se llega a:

$$\lambda\left[1+(2/n)\right] - \lambda = \left[1+(2/n)\right]^n - 1 \quad \textbf{(225)}$$

Al agrupar términos:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\lambda\{[1+(2/n)]-1\}=[1+(2/n)]^n-1 \qquad \textbf{(226)}$$

Al reordenar el resultado:

$$\lambda=\frac{[1+(2/n)]^n-1}{2/n} \qquad \textbf{(227)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 227 en la ecuación 222 se obtiene:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{RS}=\frac{\dfrac{[1+(2/n)]^n-1}{2/n}}{\dfrac{[1+(2/n)]^n-1}{2/n}}=1 \qquad \textbf{(228)}$$

La ecuación 217 nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 22
Tabla de depreciación del nuevo método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	$\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$(C-S)\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$(C-S)\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$C\left\{1-\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^{n}-1}\right\}+S\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$
2	$\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$(C-S)\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$(C-S)\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$C\left\{1-\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^{n}-1}\right\}+S\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
i	$\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$(C-S)\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$(C-S)\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$C\left\{1-\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^{n}-1}\right\}+S\frac{[1+(2/n)]^{n}-[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^{n}-1}$
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
.	.	.	.	.
n	$\frac{2/n}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$(C-S)\frac{2/n}{[1+(2/n)]^{n}-1}$	$(C-S)$	S

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Las expresiones para la depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 22:

$$D_i^A = (C - S)\frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n - 1} \quad \textbf{(229)}$$

$$C_i^N = C\left\{1 - \frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n - 1}\right\} + S\frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n - 1} \quad \textbf{(230)}$$

Las ecuaciones 217, 229 y 230 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

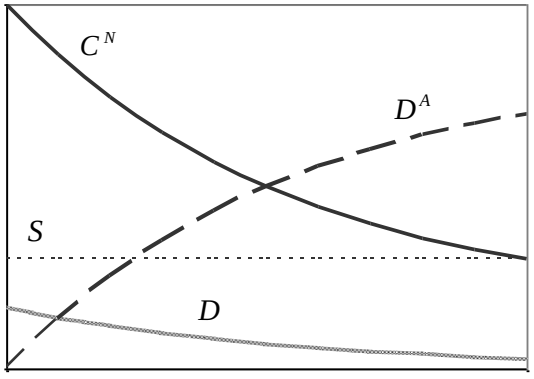
$$D(t) = (C - S)\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-t}}{[1+(2/n)]^n - 1} \qquad 0 \le t \le n \quad \textbf{(231)}$$

$$D^A(t) = (C - S)\frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]^{n-t}}{[1+(2/n)]^n - 1} \qquad 0 \le t \le n \quad \textbf{(232)}$$

$$C^N(t) = C\left\{1 - \frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]^{n-t}}{[1+(2/n)]^n - 1}\right\} + S\frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]^{n-t}}{[1+(2/n)]^n - 1} \quad 0 \le t \le n \quad \textbf{(233)}$$

En la figura 31 se presentan las características principales de este método.

Figura 31
Nuevo método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)



Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = S \qquad \textbf{(234)}$$

Al derivar la ecuación 233:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = (S - C)\ln[1 + (2/n)]\frac{[1 + (2/n)]^n}{[1 + (2/n)]^n - 1}[1 + (2/n)]^{-t} \qquad \textbf{(235)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia es una función exponencial del tiempo.

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 23.

Tabla 23
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del nuevo método de reducción de saldos (doble saldo decreciente)

Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C + Cf_1 = C(1 + f_1)$	$\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n - 1}$	$\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n - 1}[C(1+f_1) - S(1+f_1)] = (C-S)\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n - 1}(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1) + C(1+f_1)f_2 = C(1+f_1)(1+f_2)$	$\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^n - 1}$	$\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^n - 1}[C(1+f_1)(1+f_2) - S(1+f_1)(1+f_2)] = (C-S)\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^n - 1}(1+f_1)(1+f_2)$	$(C-S)\frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n - 1}(1+f_1)f_2$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n - 1}$	$(C-S)\frac{2/n[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n - 1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]^{n-(i-1)}}{[1+(2/n)]^n - 1}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$\frac{2/n}{[1+(2/n)]^n - 1}$	$(C-S)\frac{2/n}{[1+(2/n)]^n - 1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\frac{[1+(2/n)]^n - [1+(2/n)]}{[1+(2/n)]^n - 1}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

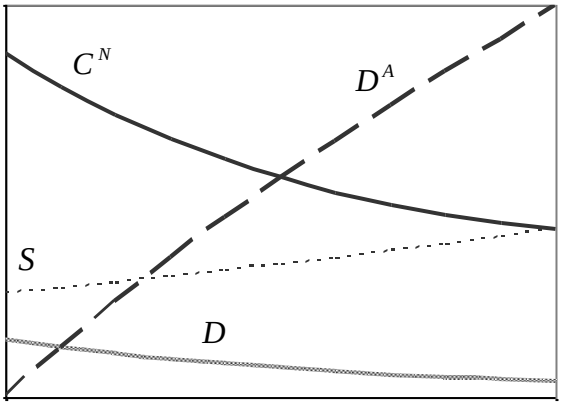
Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor de salvamento ajustado*
———	C	S
$(C-S)\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n-1}(1+f_1)$	$C(1+f_1)-(C-S)\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n-1}(1+f_1)$ $=\left\{C\left\{1-\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n-1}\right\}+S\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n-1}\right\}(1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$(C-S)\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n-1}(1+f_1)+(C-S)\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-1}}{[1+(2/n)]^n-1}(1+f_1)f_2$ $+(C-S)\dfrac{2/n[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^n-1}(1+f_1)(1+f_2)$ $=(C-S)\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^n-1}(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-(C-S)\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^n-1}(1+f_1)(1+f_2)$ $=\left\{C\left\{1-\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^n-1}\right\}+S\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-2}}{[1+(2/n)]^n-1}\right\}(1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\left\{C\left\{1-\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n-1}\right\}+S\dfrac{[1+(2/n)]^n-[1+(2/n)]^{n-i}}{[1+(2/n)]^n-1}\right\}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 32
El valor del dinero en el tiempo en el nuevo método de depreciación de reducción de saldos (doble saldo decreciente)



Fuente: elaboración propia

3.2. Nuevo método de depreciación de saldos decrecientes

Cuando el nuevo coeficiente de la base exponencial ω viene dado por:

$$\omega = 1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}} \qquad \textbf{(236)}$$

Se obtiene el nuevo método de saldos decrecientes.

La cuota de depreciación se obtiene de la siguiente expresión:

$$D_i = (C - S)\frac{\left(1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1 + \left(1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1 + \left(1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n} - 1} \qquad \textbf{(237)}$$

Al introducir la tasa de depreciación:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$D_i = (C - S) R_i^{SDC} \qquad \textbf{(238)}$$

La tasa de depreciación para el período i-ésimo viene dada por:

$$R_i^{SDC} = \frac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1} \qquad \textbf{(239)}$$

La sumatoria de la tasa de depreciación a lo largo de la vida útil del activo corresponde a:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{SDC} = \frac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1} 1}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1} + \frac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1} + \ldots + \frac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1} + \ldots + \frac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1} \qquad \textbf{(240)}$$

Al agrupar términos:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{SDC} = \frac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1} + \left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2} + \ldots + \left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i} + \ldots + \left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1} \qquad \textbf{(241)}$$

Al dividir por $1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$ el numerador y denominador de la ecuación 241:

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{SDC} = \frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1} + \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2} + \ldots + \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i} + \ldots + 1}{\frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)}} \qquad \textbf{(242)}$$

Al operar sobre el numerador:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\eta = \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1} + \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2} + \ldots + \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i} + \ldots + 1 \qquad \textbf{(243)}$$

Al multiplicar la ecuación 243 por $\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]$ se tiene:

$$\eta\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right] = \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n} + \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1} + \ldots + \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-(i-1)} + \ldots + \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right] \qquad \textbf{(244)}$$

Al restar la ecuación 243 de la 244 se llega a:

$$\eta\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right] - \eta = \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n} - 1 \qquad \textbf{(245)}$$

Al agrupar términos:

$$\eta\left\{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]-1\right\} = \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n} - 1 \qquad \textbf{(246)}$$

Al reordenar el resultado:

$$\eta = \frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n} - 1}{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)} \qquad \textbf{(247)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 247 en la ecuación 242 se obtiene:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\sum_{i=1}^{n} R_i^{SDC} = \frac{\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\dfrac{S}{C}}\right)\right]^n - 1}{\left(1-\sqrt[n]{\dfrac{S}{C}}\right)}}{\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\dfrac{S}{C}}\right)\right]^n - 1}{\left(1-\sqrt[n]{\dfrac{S}{C}}\right)}} = 1 \qquad \textbf{(248)}$$

La ecuación 237 nos permite obtener la siguiente tabla de depreciación:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 24
Tabla de depreciación del nuevo método de saldos decrecientes

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	———	———	———	C
1	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$C\left\{1-\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}+S\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$
2	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$C\left\{1-\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}+S\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
i	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$C\left\{1-\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}+S\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)$	S

Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Las expresiones para la depreciación acumulada y el valor neto del activo se derivan de la tabla 24:

$$D_i^A = (C-S)\frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - 1} \quad \textbf{(249)}$$

$$C_i^N = C\left\{1-\frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - 1}\right\} + S\frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - 1} \quad \textbf{(250)}$$

Las ecuaciones 237, 249 y 250 han sido definidas para enteros positivos que corresponden a los períodos de la vida útil del activo, las ecuaciones se redefinen para cualquier número real durante el término de vida útil:

$$D(t) = (C-S)\frac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-t}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - 1} \qquad 0 \le t \le n \quad \textbf{(251)}$$

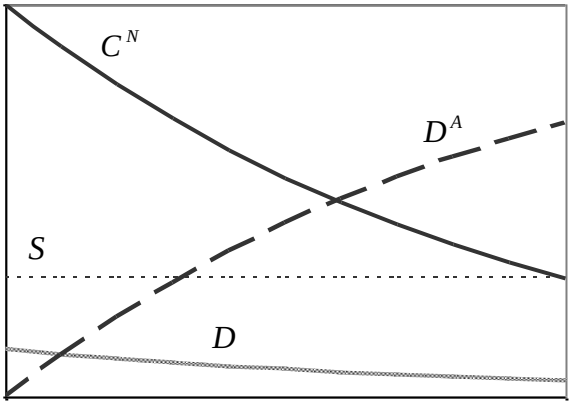
$$D^A(t) = (C-S)\frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-t}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - 1} \qquad 0 \le t \le n \quad \textbf{(252)}$$

$$C^N(t) = C\left\{1-\frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-t}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - 1}\right\} + S\frac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - \left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-t}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - 1} \quad 0 \le t \le n \quad \textbf{(253)}$$

En la figura 33 se presentan las características principales de este método.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 33
Nuevo método de depreciación de saldos decrecientes



Fuente: elaboración propia

Al término de la vida útil:

$$\lim_{t \to n} C^N(t) = S \qquad \textbf{(254)}$$

Al derivar la ecuación 253:

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = (S - C)\ln\left[1 + \left(1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right] \frac{\left[1 + \left(1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n}{\left[1 + \left(1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^n - 1} \left[1 + \left(1 - \sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{-t} \qquad \textbf{(255)}$$

La rapidez con la que el valor neto del activo $C^N(t)$ cambia es una función exponencial del tiempo.

El valor del dinero en el tiempo aplicado al método es planteado en la tabla 25.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 25
El valor del dinero en el tiempo en la tabla de depreciación del nuevo método de saldos decrecientes

Período	*Componente inflacionario*	*Valor del activo ajustado*	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Componente inflacionario depreciación acumulada*
0	———	C	———	———	———
1	Cf_1	$C+Cf_1$ $=C(1+f_1)$	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\left[C(1+f_1)-S(1+f_1)\right]$ $=(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)$	———
2	$C(1+f_1)f_2$	$C(1+f_1)+C(1+f_1)f_2$ $=C(1+f_1)(1+f_2)$	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\left[C(1+f_1)(1+f_2)-S(1+f_1)(1+f_2)\right]$ $=(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)(1+f_2)$	$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)f_2$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
i	$C\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$	$C\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-(i-1)}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\left[\prod_{j=1}^{i-1}(1+f_j)\right]f_i$
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
n	$C\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$	$C\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}$	$(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\left[\prod_{j=1}^{n-1}(1+f_j)\right]f_n$

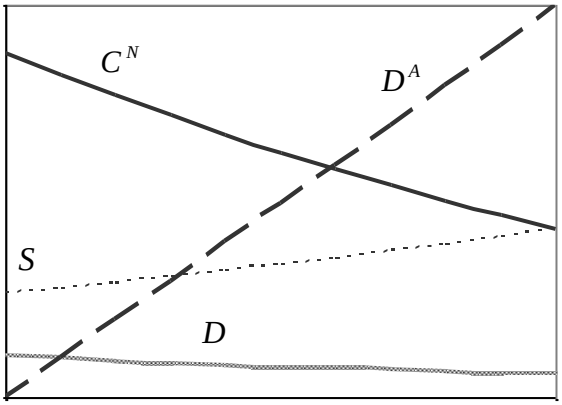
Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Depreciación acumulada	*Valor neto del activo*	*Valor de salvamento ajustado*
———	C	S
$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)$	$C(1+f_1)-(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)$ $=\left\{C\left\{1-\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}+S\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}(1+f_1)$	$S+Sf_1$ $=S(1+f_1)$
$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)+(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-1}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)f_2$ $+(C-S)\dfrac{\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)(1+f_2)$ $=(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)(1+f_2)$	$C(1+f_1)(1+f_2)-(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}(1+f_1)(1+f_2)$ $=\left\{C\left\{1-\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}+S\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-2}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}(1+f_1)(1+f_2)$	$S(1+f_1)+S(1+f_1)f_2$ $=S(1+f_1)(1+f_2)$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$\left\{C\left\{1-\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}+S\dfrac{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n-i}}{\left[1+\left(1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}\right)\right]^{n}-1}\right\}\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{i}(1+f_j)\right]$
. . .	. . .	. . .
$(C-S)\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$	$S\left[\prod_{j=1}^{n}(1+f_j)\right]$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 34
El valor del dinero en el tiempo en el nuevo método de depreciación de saldos decrecientes



Fuente: elaboración propia

4. ASPECTOS FISCALES

De acuerdo con el principio contable de asociación, se deben asociar con los ingresos de cada período los costos y gastos incurridos para producir tales ingresos. La contribución de los activos depreciables a la generación del ingreso debe reconocerse en los resultados del ejercicio mediante la depreciación. En términos fiscales las expensas realizadas durante el período gravable son deducibles siempre que tengan relación de causalidad con las actividades productoras de renta y que sean necesarias y proporcionadas de acuerdo con cada actividad. La necesidad y proporcionalidad de las expensas debe determinarse con criterio comercial, teniendo en cuenta las normalmente acostumbradas en cada actividad.

El problema que debe solucionar la ciencia contable consiste en el establecimiento de métodos razonables que permitan determinar la depreciación bien sea como costo, gasto o deducción para cada período durante el término de la vida útil. Si no se cuenta con métodos razonables para la determinación de la depreciación se originan resultados contables y fiscales distorsionados, alteración del costo de manufactura, desinformación de los usuarios y modificación de sus expectativas. El modelo matemático planteado surge de los principios de construcción de los métodos tradicionales.

La depreciación hace parte del costo de producción (operaciones de manufactura) y de los gastos operacionales determinando el resultado operacional de las empresas manufactureras o las de carácter comercial. La depreciación fiscal disminuye la renta gravable, disminuyendo el impuesto a las ganancias o a la renta afectando la

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

utilidad después de impuestos. Al disminuir la utilidad del ejercicio, la distribución de dividendos es menor acarreando un aumento en el capital de trabajo. La depreciación afecta la utilidad de cada período durante el término de vida útil.

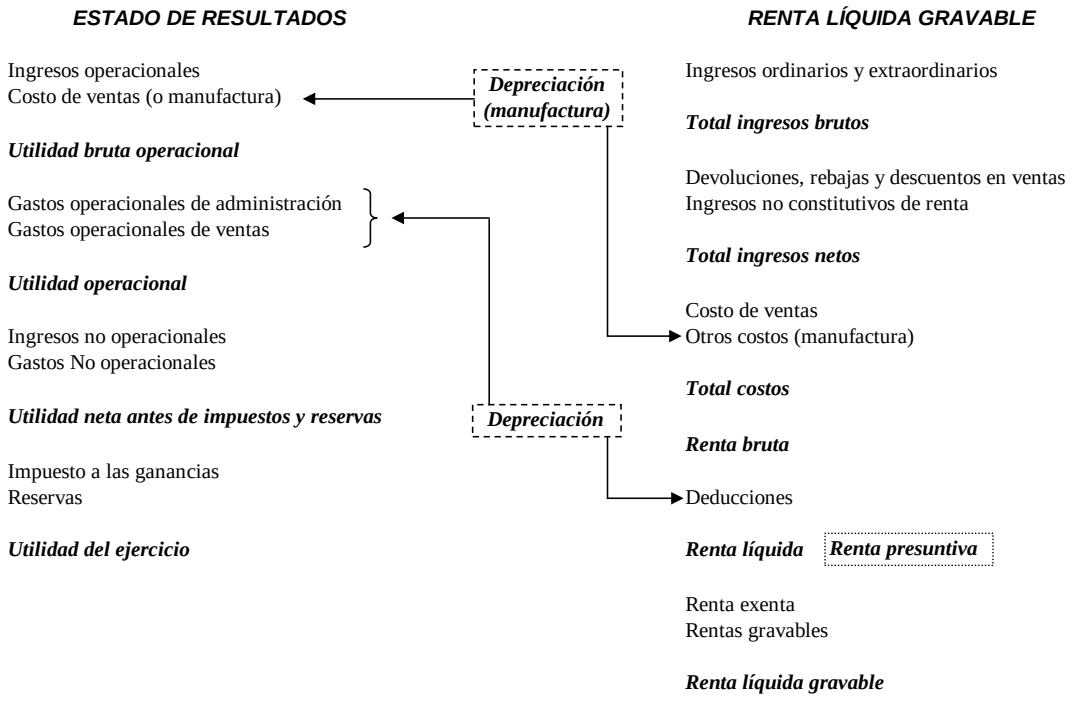
En el balance general los activos depreciables se muestran por sus valores contables, la depreciación acumulada es una contracuenta valuadora de los activos que disminuye el costo para obtener el valor en libros o contable. La depreciación acumulada corresponde al menor valor de las utilidades mostradas en el patrimonio.

El efecto de la depreciación en el estado de resultados depende del monto de los bienes de capital generadores de utilidad, este monto está asociado íntimamente al objeto social del ente económico. Las actividades industriales intensivas en bienes de capital trasladan gran parte de la depreciación al costo de ventas así como ciertos tipos de servicios que implican altas cargas por depreciación. La depreciación es mayor para entes económicos cuya participación de los activos depreciables es alta respecto a la totalidad de sus activos.

Usualmente se asocia la depreciación con el impuesto a las ganancias o a la renta, por ser el impuesto más gravoso, pero también tiene incidencia en la determinación del impuesto sobre las ganancias ocasionales. La utilidad resultante de la enajenación de activos depreciables deberá imputarse, en primer término, a la renta líquida por recuperación de deducciones (depreciación); el saldo de la utilidad constituye renta líquida o ganancia ocasional, según el término de posesión del activo.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 35
Incidencia de la depreciación en la determinación de la utilidad y de la renta gravable



GANANCIAS OCASIONALES

Ingresos por ganancias ocasionales

Costos y deducciones por ganancias ocasionales

Ganancias ocasionales no gravadas y exentas

Ganancias ocasionales gravables

Fuente: elaboración propia

La expresión que permite determinar el valor presente viene dada por:

$$VF = VP\prod_{k=1}^{n}(1+f_k)(1+i_{Rk}) \qquad \textbf{(256)}$$

Al hacer explícito el valor presente:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$VP = \frac{VF}{\prod_{k=1}^{n}(1+f_k)(1+i_{Rk})} \qquad \textbf{(257)}$$

Si la tasa de interés real es constante las ecuaciones 256 y 257 se simplifican en: $i_R = i_{R1} = i_{R2} = ... = i_{Rn-2} = i_{Rn-1} = i_{Rn}$[12]

$$VF = VP(1+i_R)^n \prod_{k=1}^{n}(1+f_k) \qquad \textbf{(258)}$$

$$VP = \frac{VF(1+i_R)^{-n}}{\prod_{k=1}^{n}(1+f_k)} \qquad \textbf{(259)}$$

Si la tasa de interés real y la inflación son constantes las ecuaciones 256 y 257 se simplifican en:

$i_R = i_{R1} = i_{R2} = ... = i_{Rn-2} = i_{Rn-1} = i_{Rn}$ y $f = f_1 = f_2 = ... = f_{n-2} = f_{n-1} = f_n$

$$VF = VP[(1+f)(1+i_R)]^n \qquad \textbf{(260)}$$

$$VP = VF[(1+f)(1+i_R)]^{-n} \qquad \textbf{(261)}$$

Si la tasa de interés real es constante y la inflación es nula las ecuaciones 256 y 257 se simplifican en:

$i_R = i_{R1} = i_{R2} = ... = i_{Rn-2} = i_{Rn-1} = i_{Rn}$ y $0 = f_1 = f_2 = ... = f_{n-2} = f_{n-1} = f_n$

$$VF = VP(1+i_R)^n \qquad \textbf{(262)}$$

$$VP = VF(1+i_R)^{-n} \qquad \textbf{(263)}$$

El valor presente neto de las cuotas de depreciación viene dado por[13]:

$$VPN(i_D) = D_1(1+i_D)^{-1} + D_2(1+i_D)^{-2} + ... + D_i(1+i_D)^{-i} + ... + D_n(1+i_D)^{-n} \qquad \textbf{(264)}$$

[12] i_R e i_{Rk} corresponden a tasas de interés real.

[13] No se ha tenido en cuenta la inflación y la tasa de descuento i_D se considera constante durante la vida útil del activo.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$VPN(i_D) = \sum_{i=1}^{n} D_i \left(1 + i_D\right)^{-i} \qquad \textbf{(265)}$$

La expresión del valor presente neto para el método de línea recta viene dado por:

$$VPN(i_D) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(C - S)}{n} \left(1 + i_D\right)^{-i} \qquad \textbf{(266)}$$

La expresión del valor presente neto para el método tradicional de reducción de saldos (doble saldo decreciente) viene dado por:

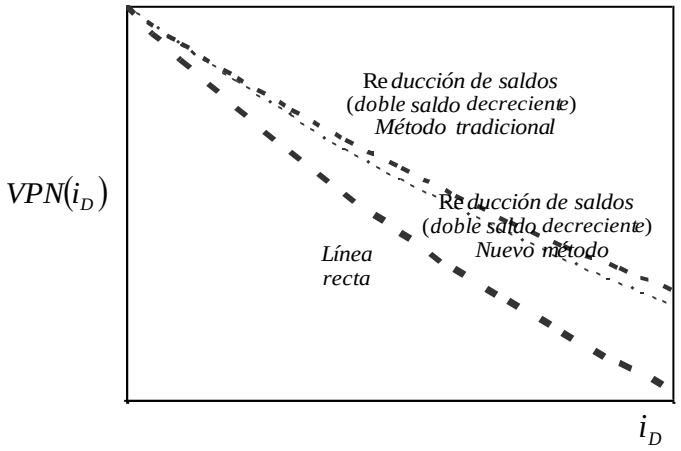
$$VPN(i_D) = \sum_{i=1}^{n} C\, 2/n \left[1 - (2/n)\right]^{i-1} \left(1 + i_D\right)^{-i} \qquad \textbf{(267)}$$

La expresión del valor presente neto para el nuevo método de reducción de saldos (doble saldo decreciente) viene dado por:

$$VPN(i_D) = \sum_{i=1}^{n} (C - S) \frac{2/n \left[1 + (2/n)\right]^{n-i}}{\left[1 + (2/n)\right]^{n} - 1} \left(1 + i_D\right)^{-i} \qquad \textbf{(268)}$$

La figura 36 muestra el comportamiento del valor presente neto de las cuotas de depreciación para una situación dada en función de la tasa de descuento para varios métodos de depreciación.

Figura 36
Valor presente neto de las cuotas de depreciación en función de la tasa de descuento para varios métodos de depreciación



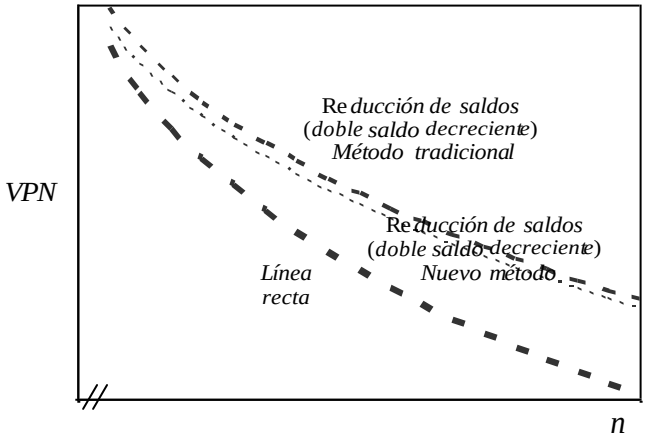
Fuente: elaboración propia

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

El valor presente neto de las cuotas de depreciación (la depreciación genera recursos ya que disminuye la utilidad y la renta líquida gravable sin ocasionar erogación real) es mayor cuando se emplean métodos de depreciación acelerada.

La figura 37 muestra el comportamiento del valor presente neto de las cuotas de depreciación para una situación dada en función de la vida útil para varios métodos de depreciación.

Figura 37
Valor presente neto de las cuotas de depreciación en función de la de la vida útil para varios métodos de depreciación



Fuente: elaboración propia

El valor presente neto de las cuotas de depreciación es mayor cuando se emplean métodos de depreciación acelerada debido a que las cuotas son mayores para los primeros períodos de la vida útil.

En términos generales la renta gravable viene dada por:

$$R_G = I_G - C_G - D_G \qquad \textbf{(269)}$$

El impuesto a las ganancias corresponde a:

$$\Gamma = R_G T_G \qquad \textbf{(270)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 269 en la ecuación 270 se obtiene:

$$\Gamma = I_G T_G - C_G T_G - D_G T_G \qquad \textbf{(271)}$$

El impuesto a las ganancias puede ser desagregado en tres componentes:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$\Gamma_I = I_G T_G \quad \textbf{(272)}$$

$$\Gamma_C = C_G T_G \quad \textbf{(273)}$$

$$\Gamma_D = D_G T_G \quad \textbf{(274)}$$

Para los cuales se cumple:

$$\Gamma = \Gamma_I - \Gamma_C - \Gamma_D \quad \textbf{(275)}$$

En términos de los rubros conformantes:

$$\Gamma_I = \sum_{j=1}^{a} i_{Gj} T_G \quad \textbf{(276)}$$

$$\Gamma_C = \sum_{k=1}^{b} c_{Gk} T_G \quad \textbf{(277)}$$

$$\Gamma_D = \sum_{l=1}^{c} d_{Gl} T_G \quad \textbf{(278)}$$

Al hacer explícita la depreciación en las ecuaciones 277 y 278:

$$\Gamma_C = c_{G1} T_G + c_{G2} T_G + ... + c_{Gk} T_G + ... + depreciación T_G + ... + c_{Gb} T_G \quad \textbf{(279)}$$

$$\Gamma_D = d_{G1} T_G + d_{G2} T_G + ... + d_{Gl} T_G + ... + depreciación T_G + ... + d_{Gc} T_G \quad \textbf{(280)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 279 en la ecuación 275 se obtiene:

$$\Gamma = \Gamma_I - c_{G1} T_G - c_{G2} T_G - ... - c_{Gl} T_G - ... - depreciación T_G - ... - c_{Gb} T_G - \Gamma_D \quad \textbf{(281)}$$

Al reemplazar el resultado de la ecuación 280 en la ecuación 275 se obtiene:

$$\Gamma = \Gamma_I - \Gamma_C - d_{G1} T_G - d_{G2} T_G - ... - d_{Gl} T_G - ... - depreciación T_G - ... - d_{Gc} T_G \quad \textbf{(282)}$$

La disminución del impuesto a las ganancias asociada con la depreciación viene dada por $depreciación T_G$; el valor presente neto de las disminuciones corresponde a:

$$VPN(i_D) = D_1 T_G (1+i_D)^{-1} + D_2 T_G (1+i_D)^{-2} + ... + D_i T_G (1+i_D)^{-i} + ... + D_n T_G (1+i_D)^{-n} \quad \textbf{(283)}$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$VPN(i_D) = T_G \sum_{i=1}^{n} D_i (1+i_D)^{-i} \quad \textbf{(284)}$$

La expresión del valor presente neto para el método de línea recta viene dado por:

$$VPN(i_D) = T_G \sum_{i=1}^{n} \frac{(C-S)}{n} (1+i_D)^{-i} \quad \textbf{(285)}$$

La expresión del valor presente neto para el método tradicional de reducción de saldos (doble saldo decreciente) viene dado por:

$$VPN(i_D) = T_G \sum_{i=1}^{n} C\, 2/n \left[1-(2/n)\right]^{i-1} (1+i_D)^{-i} \quad \textbf{(286)}$$

La expresión del valor presente neto para el nuevo método de reducción de saldos (doble saldo decreciente) viene dado por:

$$VPN(i_D) = T_G \sum_{i=1}^{n} (C-S) \frac{2/n\left[1+(2/n)\right]^{n-i}}{\left[1+(2/n)\right]^{n}-1} (1+i_D)^{-i} \quad \textbf{(287)}$$

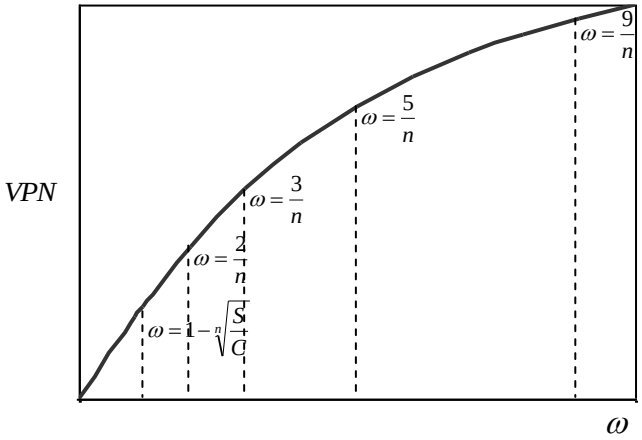
Las gráficas que muestran el comportamiento del valor presente neto de la disminución del impuesto a las ganancias asociada con la depreciación para una situación dada en función de la tasa de descuento y la vida útil para varios métodos de depreciación son similares a las figuras 36 y 37 respectivamente (corresponde a la compresión de las gráficas en un factor de T_G)[14]. El valor presente neto de las disminuciones del impuesto a las ganancias asociada con la depreciación es mayor cuando se emplean métodos de depreciación acelerada y vidas útiles pequeñas.

Las normas fiscales condicionan la rentabilidad de un proyecto de inversión, la liberalización de los métodos de depreciación estimula el desarrollo industrial mediante la depreciación más rápida de los activos, esto se logra mediante una adecuada escogencia del coeficiente de la base exponencial ω. La figura 38 muestra el comportamiento del valor presente neto de las cuotas de depreciación para una situación dada en función del coeficiente de la base exponencial ω para el nuevo método generalizado de variación exponencial.

[14] **Compresión vertical**
Supóngase que $0 < c < 1$. Para obtener la gráfica de:
$y = cf(x)$, comprímase la gráfica de $y = f(x)$ verticalmente en un factor de c (Stewart, 1999).

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Figura 38
Valor presente neto de las cuotas de depreciación en función del coeficiente de la base exponencial ω para el nuevo método generalizado de variación exponencial



Fuente: elaboración propia

Los métodos de depreciación acelerada son utilizados principalmente en las declaraciones del impuesto a las ganancias o a la renta y no en los estados financieros. En los estados financieros se busca reportar una mayor rentabilidad y en las declaraciones del impuesto a las ganancias o a la renta se busca una menor renta gravable. Usualmente se utilizan diferentes métodos de depreciación para los dos propósitos, un método acelerado para determinar la renta gravable y uno no acelerado para determinar la utilidad contable. Las diferencias temporales ocasionadas por discrepancias entre la depreciación fiscal y contable originan el manejo del impuesto diferido[15].

Para que proceda la deducción por depreciación sobre el mayor valor solicitado fiscalmente se deberá destinar de las utilidades del respectivo año como reserva no distribuible, una suma equivalente al setenta por ciento (70%) del mayor valor solicitado. Cuando la depreciación solicitada fiscalmente sea inferior a la contabilizada en el estado de pérdidas y ganancias, se podrá liberar de la reserva a que se refiere el inciso anterior, una suma equivalente al setenta por ciento (70%) de la diferencia entre el valor solicitado y el valor contabilizado. Las utilidades que se liberen de la reserva de que trata este artículo, podrán distribuirse como un ingreso no constitutivo de renta ni ganancia ocasional[16].

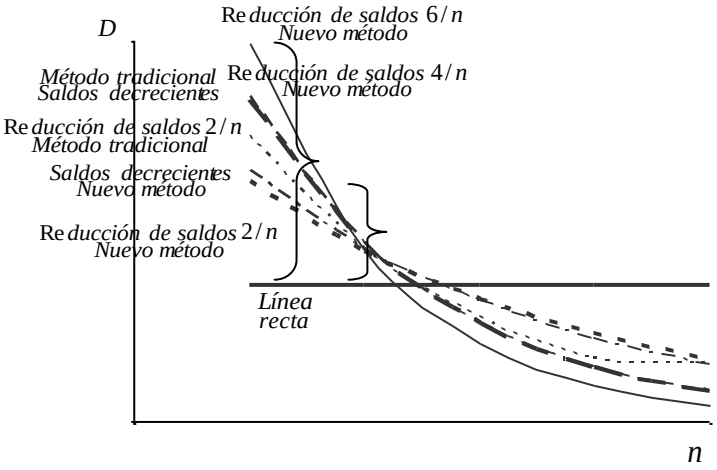
La figura 39 presenta el comportamiento de la cuota de depreciación para una situación dada para varios métodos de depreciación. Al comparar el mayor valor

[15] Las diferencias de valor entre las cifras contables y fiscales se ven reflejadas en las cuentas de orden fiscales.
[16] Art. 130 E.T.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

solicitado fiscalmente para varios métodos acelerados con el valor dado por el método de línea recta, utilizado contablemente, se encuentra que el ingreso no constitutivo de renta ni ganancia ocasional al liberar la reserva es mayor para aquellos métodos más acelerados; por lo tanto, entre más acelerado es el método utilizado fiscalmente mayor es el ingreso no constitutivo de renta ni ganancia ocasional que se origina al liberar la reserva del Artículo 130 del estatuto tributario.

Figura 39
Diferencia entre la cuota de depreciación de varios métodos acelerados utilizados fiscalmente y el método de línea recta utilizado contablemente



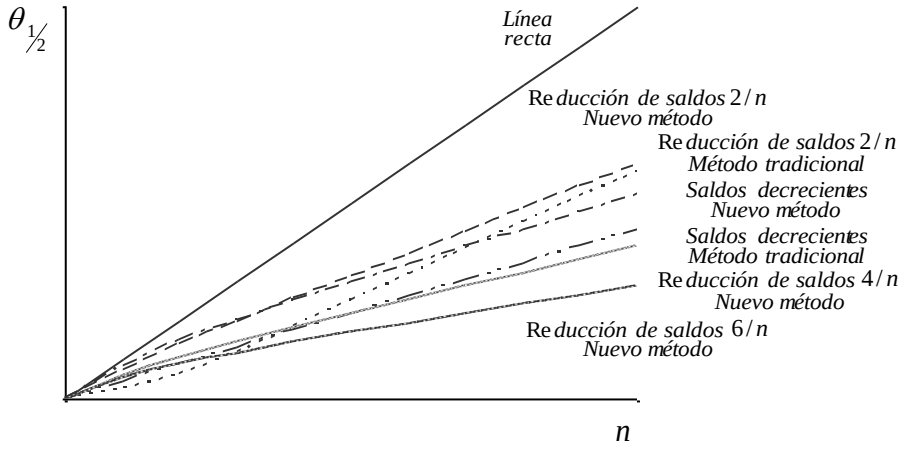
Fuente: elaboración propia

Se llama semivida o “vida media” de un método de depreciación al tiempo necesario para depreciar la mitad del monto susceptible a ser depreciado. Cuanto más corta es la semivida de un método más acelerada es la depreciación permitiendo diferir una mayor cantidad del impuesto de renta y origina mayor ingreso no constitutivo de renta ni ganancia ocasional al liberar la reserva del Artículo 130 del estatuto tributario, si contablemente se utiliza un método no acelerado.

Las figuras 40 y 41 muestran la semivida o “vida media” para una situación dada en función de la vida útil del activo para varios métodos de depreciación.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

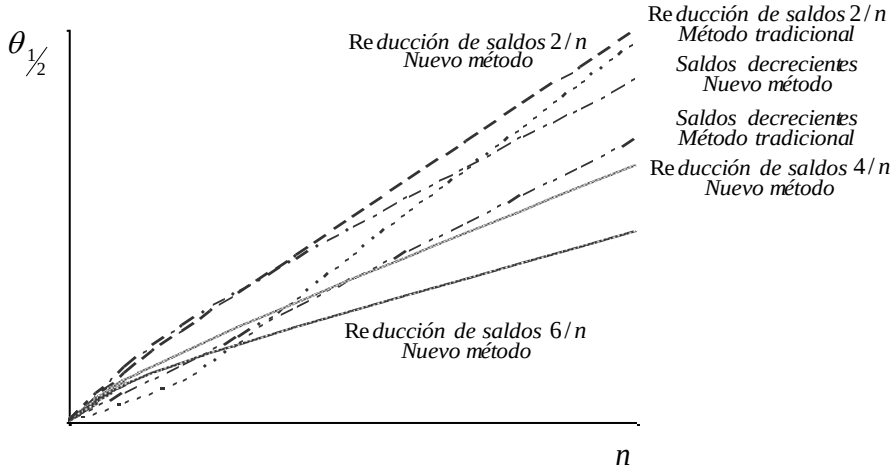
Figura 40
Semivida o "vida media" en función de la vida útil del activo para varios métodos de depreciación



Fuente: elaboración propia

En la figura 41 se muestra la semivida o "vida media" para una situación dada en función de la vida útil del activo para varios métodos de depreciación excluyendo el método de línea recta.

Figura 41
Semivida o "vida media" en función de la vida útil del activo para varios métodos acelerados de depreciación



Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Fuente: elaboración propia

Mediante concepto 023 del 5 de octubre de 1.995 del consejo técnico de la contaduría pública se definen los métodos de reconocido valor técnico, la metodología empleada para desarrollar este tipo de métodos, así como las características que debe cumplir un método para que sea catalogado como de reconocido valor técnico.

"(…) Método de reconocido valor técnico es una sucesión de pasos ligados entre sí por un propósito verificable, comprobable, operativo y fidedigno.
Las características del método entonces implican que este sea verificable por la experiencia o sea empírico; comprobable por varios sujetos para obtener el mismo resultado; operativo ya que expresa la operación por cuyo medio llega a determinarse el objeto de que se habla; fidedigno ya que está formulado de tal manera que dadas las condiciones expuestas en él, cualquier persona pueda distinguir el objeto definido de los demás objetos.
Debemos argumentar además, que el método no solamente debe contener las reglas, sino que puede contener asimismo las razones por las cuales tales reglas son adoptadas. (…)

En materia contable existen numerosos ejemplos de métodos de reconocido valor técnico, así la legislación haya limitado el uso de algunos. Su validez técnica no depende del capricho del legislador ni del deseo de establecer numerosos nuevos controles por parte del ejecutivo. (…)

Cuando se citen los métodos de reconocido valor técnico, es necesario determinar tanto su existencia como su operatividad en la literatura contable, la cual desarrolla permanentemente nuevas aplicaciones que conducen a una medición más adecuada de las variables contables.
Para que un método sea de reconocido valor técnico debe contar con el apoyo de un organismo o institución nacional e internacional con autoridad dentro de la disciplina contable que mediante pronunciamientos haya validado dicho método. (…)"

Las principales normas legales que regulan las deducciones fiscales por depreciación, son las siguientes:

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla 26
Principales normas legales que regulan las deducciones fiscales por depreciación[17]

Deducción por depreciación	Son deducibles cantidades razonables por la depreciación causada por desgaste o deterioro normal o por obsolescencia de bienes usados en negocios o actividades productoras de renta, equivalentes a la alícuota o suma necesaria para amortizar el ciento por ciento (100%) de su costo durante la vida útil de dichos bienes, siempre que estos hayan prestado servicio en el año o período gravable de que se trate.
Base para calcular la depreciación	El costo de un bien depreciable está constituido por el precio de adquisición, incluidos los impuestos a las ventas, los de aduana y de timbre, más las adiciones y gastos necesarios para ponerlo en condiciones de iniciar la prestación de un servicio normal.
Registro contable de la depreciación	Las cuotas anuales de depreciación de que tratan las normas tributarias, deberán registrarse en los libros de contabilidad del contribuyente en la forma que indique el reglamento.
Sistemas de cálculo	La depreciación se calcula por el sistema de línea recta, por el de reducción de saldos o por otro sistema de reconocido valor técnico autorizado por el subdirector de fiscalización de la Dirección de Impuestos y Aduanas Nacionales o su delegado.
Facultad para establecer la vida útil de bienes depreciables	La vida útil de los bienes depreciables se determina conforme a las normas que señale el reglamento, las cuales contemplarán vidas útiles entre tres y veinticinco años, atendiendo a la actividad en que se utiliza el bien, a los turnos normales de la actividad respectiva, a la calidad de mantenimiento disponible en el país y a las posibilidades de obsolescencia.
Posibilidad de utilizar una vida útil diferente	Si el contribuyente considera que la vida útil fijada en el reglamento no corresponde a la realidad de su caso particular, puede, previa autorización del director general de impuestos nacionales, fijar una vida útil distinta, con base en conceptos o tablas de depreciación de reconocido valor técnico.
Depreciación acelerada	Si los turnos establecidos exceden de los normales, el contribuyente puede aumentar la alícuota de depreciación en un veinticinco por ciento (25%) por cada turno adicional que se demuestre y proporcionalmente por fracciones menores.
Constitución de reserva	Los contribuyentes que en uso de las disposiciones pertinentes soliciten en su declaración de renta cuotas de depreciación que excedan el valor de las cuotas registradas en el estado de pérdidas y ganancias, deberán, para que proceda la deducción sobre el mayor valor solicitado fiscalmente, destinar de las utilidades del respectivo año gravable como reserva no distribuible, una suma equivalente al setenta por ciento (70%) del mayor valor solicitado.Cuando la depreciación solicitada fiscalmente sea inferior a la contabilizada en el estado de pérdidas y ganancias, se podrá liberar de la reserva a que se refiere el inciso anterior, una suma equivalente al setenta por ciento (70%) de la diferencia entre el valor solicitado y el valor contabilizado.

Fuente: elaboración propia

[17] Tomadas del estatuto tributario.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

5. CASOS PRÁCTICOS

5.1. Caso práctico 1

Determinar la tabla de depreciación del método de reducción de saldos (doble saldo decreciente) para un activo cuyo costo es de $\$1.000.000$ sobre el cual se estima una vida útil de 5 años y un valor de salvamento del 30% de su valor inicial.

Se establece el valor de cada una de las variables:

$$C = 1.000.000$$
$$S = 300.000$$
$$n = 5$$
$$2/n = 0{,}4$$

Se presenta la tabla de depreciación aplicando el método tradicional.

Tabla de depreciación del método de reducción de saldos (doble saldo decreciente) –Método tradicional–

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	0,0	0,0	0,0	1.000.000,0
1	0,4	400.000,0	400.000,0	600.000,0
2	0,4	240.000,0	640.000,0	360.000,0
3	0,4	144.000,0	784.000,0	216.000,0
4	0,4	86.400,0	870.400,0	129.600,0
5	0,4	51.840,0	922.240,0	77.760,0

Se calcula la tasa de depreciación para cada período a partir de la ecuación 219:

$$R_1^{RS} = \frac{0{,}4(1+0{,}4)^{5-1}}{(1+0{,}4)^5 - 1}$$

$$R_1^{RS} = 0{,}35097$$

$$R_2^{RS} = \frac{0{,}4(1+0{,}4)^{5-2}}{(1+0{,}4)^5 - 1}$$

$$R_2^{RS} = 0{,}25069$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$R_3^{RS} = \frac{0,4(1+0,4)^{5-3}}{(1+0,4)^5 - 1}$$

$$R_3^{RS} = 0,17907$$

$$R_4^{RS} = \frac{0,4(1+0,4)^{5-4}}{(1+0,4)^5 - 1}$$

$$R_4^{RS} = 0,12791$$

$$R_5^{RS} = \frac{0,4(1+0,4)^{5-5}}{(1+0,4)^5 - 1}$$

$$R_5^{RS} = 0,09136$$

Se calcula la cuota de depreciación para cada período a partir de la ecuación 218:

$$D_1 = (1.000.000 - 300.000)0,35097$$

$$D_1 = 245.680,5$$

$$D_2 = (1.000.000 - 300.000)0,25069$$

$$D_2 = 175.486,0$$

$$D_3 = (1.000.000 - 300.000)0,17907$$

$$D_3 = 125.347,2$$

$$D_4 = (1.000.000 - 300.000)0,12791$$

$$D_4 = 89.533,7$$

$$D_5 = (1.000.000 - 300.000)0,09136$$

$$D_5 = 63.952,6$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Se calcula la depreciación acumulada para cada período:

$$D_1^A = 245.680,5$$

$$D_2^A = 245.680,5 + 175.486,0 = 421.166,5$$

$$D_3^A = 421.166,5 + 125.347,2 = 546.513,7$$

$$D_4^A = 546.513,7 + 89.533,7 = 636.047,4$$

$$D_5^A = 636.047,4 + 63.952,6 = 700.000,0$$

Se calcula el valor neto del activo para cada período:

$$C_1^N = 1.000.000,0 - 245.680,5 = 754.319,5$$

$$C_2^N = 1.000.000,0 - 421.166,5 = 578.833,5$$

$$C_3^N = 1.000.000,0 - 546.513,7 = 453.486,3$$

$$C_4^N = 1.000.000,0 - 636.047,4 = 363.952,6$$

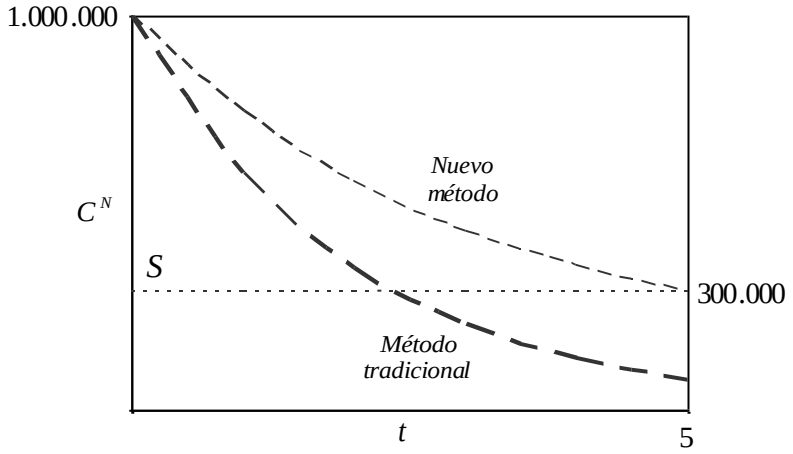
$$C_5^N = 1.000.000,0 - 700.000,0 = 300.000,0$$

Se presenta la tabla de depreciación aplicando el nuevo método.

Tabla de depreciación del método de reducción de saldos (doble saldo decreciente) –Nuevo método–

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	0,0	0,0	0,0	1.000.000,0
1	0,35097	245.680,5	245.680,5	754.319,5
2	0,25069	175.486,0	421.166,5	578.833,5
3	0,17907	125.347,2	546.513,7	453.486,3
4	0,12791	89.533,7	636.047,4	363.952,6
5	0,09136	63.952,6	700.000,0	300.000,0

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

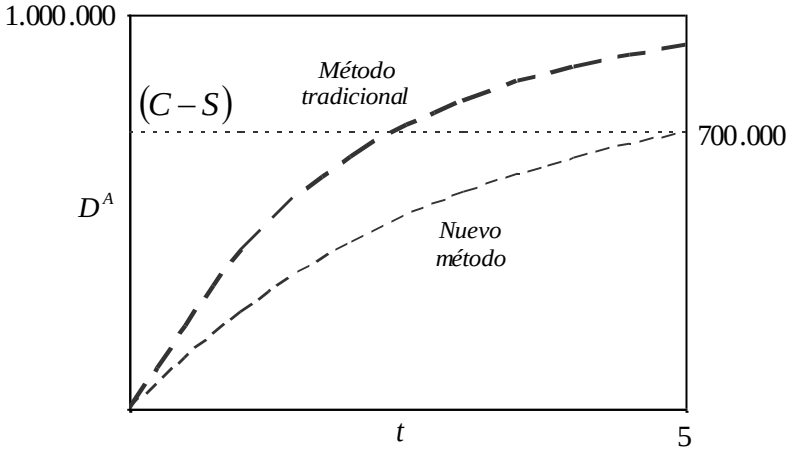


Se calcula el error residual a partir de la ecuación 127:

$$\varepsilon_r = \left|1.000.000(1-0,4)^5 - 300.000\right|$$

$$\varepsilon_r = 222.240$$

Deducción por depreciación			
Período	***Método tradicional***	***Nuevo método***	***Diferencia***
0	0,0	0,0	0,0
1	400.000,0	245.680,5	154.319,5
2	240.000,0	175.486,0	64.514,0
3	144.000,0	125.347,2	18.652,8
4	86.400,0	89.533,7	-3.133,7
5	51.840,0	63.952,6	-12.112,6
Total	***922.240,0***	***700.000,0***	***222.240,0***



Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

5.2. Caso práctico 2

Determinar la tabla de depreciación del método de saldos decrecientes para un activo cuyo costo es de $\$1.000.000$ sobre el cual se estima una vida útil de 5 años y no posee salvamento, valor residual o valor de desecho.

Se establece el valor de cada una de las variables:

$$C = 1.000.000$$
$$S = 0$$
$$n = 5$$
$$r_i^{sdc} = 1$$

Se presenta la tabla de depreciación aplicando el método tradicional.

Tabla de depreciación del método de saldos decrecientes –Método tradicional–[18]

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	0,0	0,0	0,0	1.000.000,0
1	1,0	1.000.000,0	1.000.000,0	0,0
2	1,0	0,0	1.000.000,0	0,0
3	1,0	0,0	1.000.000,0	0,0
4	1,0	0,0	1.000.000,0	0,0
5	1,0	0,0	1.000.000,0	0,0

Se calcula el valor de $1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}}$:

$$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}} = 1-\sqrt[5]{\frac{0}{1.000.000}}$$

$$1-\sqrt[n]{\frac{S}{C}} = 1$$

Se calcula la tasa de depreciación para cada período a partir de la ecuación 239:

[18] En este método cuando $S = 0$ se deprecia la totalidad del costo del activo en el primer período a pesar de tener una vida útil diferente.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$R_1^{SDC} = \frac{1(1+1)^{5-1}}{(1+1)^5 - 1}$$

$$R_1^{SDC} = 0{,}51613$$

$$R_2^{SDC} = \frac{1(1+1)^{5-2}}{(1+1)^5 - 1}$$

$$R_2^{SDC} = 0{,}25806$$

$$R_3^{SDC} = \frac{1(1+1)^{5-3}}{(1+1)^5 - 1}$$

$$R_3^{SDC} = 0{,}12903$$

$$R_4^{SDC} = \frac{1(1+1)^{5-4}}{(1+1)^5 - 1}$$

$$R_4^{SDC} = 0{,}06452$$

$$R_5^{SDC} = \frac{1(1+1)^{5-5}}{(1+1)^5 - 1}$$

$$R_5^{SDC} = 0{,}03226$$

Se calcula la cuota de depreciación para cada período a partir de la ecuación 238:

$$D_1 = (1.000.000 - 0)0{,}51613$$

$$D_1 = 516.129{,}0$$

$$D_2 = (1.000.000 - 0)0{,}25806$$

$$D_2 = 258.064{,}5$$

$$D_3 = (1.000.000 - 0)0{,}12903$$

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

$$D_3 = 129.032,3$$

$$D_4 = (1.000.000 - 0)0,06452$$

$$D_4 = 64.516,1$$
$$D_5 = (1.000.000 - 0)0,03226$$

$$D_5 = 32.258,1$$

Se calcula la depreciación acumulada para cada período:

$$D_1^A = 516.129,0$$

$$D_2^A = 516.129,0 + 258.064,5 = 774.193,5$$

$$D_3^A = 774.193,5 + 129.032,3 = 903.225,8$$

$$D_4^A = 903.225,8 + 64.516,1 = 967.741,9$$

$$D_5^A = 967.741,9 + 32.258,1 = 1.000.000,0$$

Se calcula el valor neto del activo para cada período:

$$C_1^N = 1.000.000,0 - 516.129,0 = 483.871,0$$

$$C_2^N = 1.000.000,0 - 774.193,5 = 225.806,5$$

$$C_3^N = 1.000.000,0 - 903.225,8 = 96.774,2$$

$$C_4^N = 1.000.000,0 - 967.741,9 = 32.258,1$$

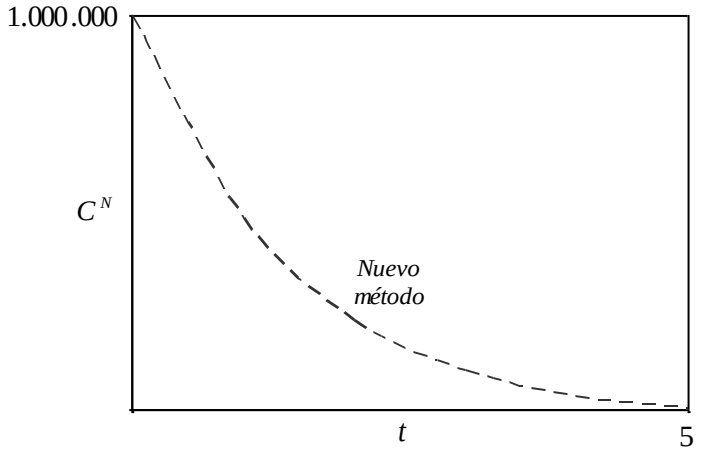
$$C_5^N = 1.000.000,0 - 1.000.000,0 = 0,0$$

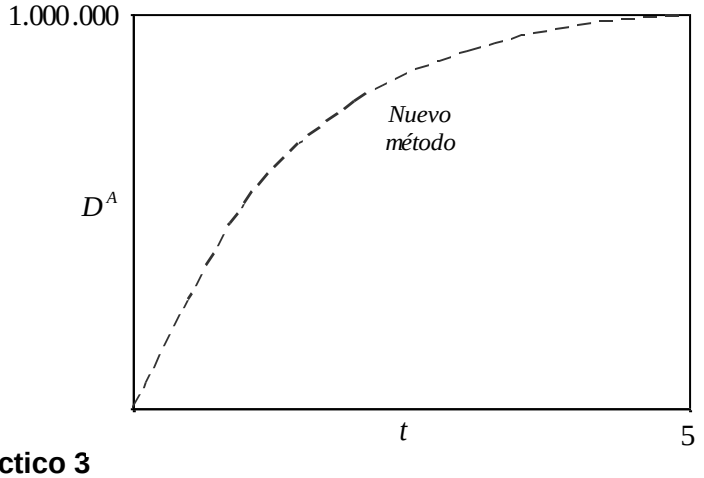
Se presenta la tabla de depreciación aplicando el nuevo método.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Tabla de depreciación del método de saldos decrecientes –Nuevo método–

Período	*Tasa de depreciación*	*Depreciación del período*	*Depreciación acumulada*	*Valor neto del activo*
0	0,0	0,0	0,0	1.000.000,0
1	0,51613	516.129,0	516.129,0	483.871,0
2	0,25806	258.064,5	774.193,5	225.806,5
3	0,12903	129.032,3	903.225,8	96.774,2
4	0,06452	64.516,1	967.741,9	32.258,1
5	0,03226	32.258,1	1.000.000,0	0,0





5.3. Caso práctico 3

Determinar el impuesto diferido y la reserva de que trata el artículo 130 del estatuto tributario para un activo cuyo costo es de $1.000.000 sobre el cual se estima una

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

vida útil de 5 años y el valor de salvamento es de $50.000 si contablemente se utiliza el método de línea recta y en materia fiscal se utilizan los siguientes métodos:

Reducción de saldos (doble saldo decreciente) –tradicional–
Saldos decrecientes –tradicional–
Reducción de saldos (doble saldo decreciente) –nuevo–
Reducción de saldos (cuatro veces la tasa utilizada en el método de línea recta) –nuevo–
Reducción de saldos (seis veces la tasa utilizada en el método de línea recta) –nuevo–
Saldos decrecientes –nuevo–

Se calcula la cuota de depreciación para cada método:

Cuota de depreciación de los métodos utilizados contable y fiscalmente

Período	*Línea recta*	*Reducción de saldos (2/n) -tradicional-*	*Saldos decrecientes -tradicional-*	*Reducción de saldos (2/n) -nuevo-*	*Reducción de saldos (4/n) -nuevo-*	*Reducción de saldos (6/n) -nuevo-*	*Saldos decrecientes -nuevo-*
0	———	———	———	———	———	———	———
1	190,000.0	400,000.0	450,719.7	333,423.5	445,815.7	528,435.5	349,552.0
2	190,000.0	240,000.0	247,571.5	238,159.6	247,675.4	240,197.9	240,950.8
3	190,000.0	144,000.0	135,986.1	170,114.0	137,597.5	109,180.9	166,090.5
4	190,000.0	86,400.0	74,694.5	121,510.0	76,443.0	49,627.7	114,488.4
5	190,000.0	79,600.0	41,028.2	86,792.9	42,468.3	22,558.0	78,918.3
Total	***950,000.0***	***950,000.0***	***950,000.0***	***950,000.0***	***950,000.0***	***950,000.0***	***950,000.0***

Se calcula la diferencia entre el método utilizado fiscalmente y el contable (línea recta):

Diferencia entre el método utilizado fiscalmente y el contable (línea recta)

Período	*Reducción de saldos (2/n) -tradicional-*	*Saldos decrecientes -tradicional-*	*Reducción de saldos (2/n) -nuevo-*	*Reducción de saldos (4/n) -nuevo-*	*Reducción de saldos (6/n) -nuevo-*	*Saldos decrecientes -nuevo-*
0	———	———	———	———	———	———
1	210,000.0	260,719.7	143,423.5	255,815.7	338,435.5	159,552.0
2	50,000.0	57,571.5	48,159.6	57,675.4	50,197.9	50,950.8
3	-46,000.0	-54,013.9	-19,886.0	-52,402.5	-80,819.1	-23,909.5
4	-103,600.0	-115,305.5	-68,490.0	-113,557.0	-140,372.3	-75,511.6
5	-110,400.0	-148,971.8	-103,207.1	-147,531.7	-167,442.0	-111,081.7
Total	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***

Se calcula el impuesto diferido a partir de la diferencia entre el método utilizado fiscalmente y el contable (línea recta)[19]:

[19] Se ha utilizado 33% como tarifa del impuesto de renta.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

Impuesto diferido generado por la diferencia entre el método utilizado fiscalmente y el contable (línea recta)

Período	*Reducción de saldos (2/n) -tradicional-*	*Saldos decrecientes -tradicional-*	*Reducción de saldos (2/n) -nuevo-*	*Reducción de saldos (4/n) -nuevo-*	*Reducción de saldos (6/n) -nuevo-*	*Saldos decrecientes -nuevo-*
0	———	———	———	———	———	———
1	69,300.0	86,037.5	47,329.7	84,419.2	111,683.7	52,652.2
2	16,500.0	18,998.6	15,892.7	19,032.9	16,565.3	16,813.8
3	-15,180.0	-17,824.6	-6,562.4	-17,292.8	-26,670.3	-7,890.1
4	-34,188.0	-38,050.8	-22,601.7	-37,473.8	-46,322.9	-24,918.8
5	-36,432.0	-49,160.7	-34,058.4	-48,685.4	-55,255.8	-36,657.0
Total	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***

Se calcula la reserva de que trata el artículo 130 del estatuto tributario a partir de la diferencia entre el método utilizado fiscalmente y el contable (línea recta):

Reserva de que trata el artículo 130 del estatuto tributario generada por la diferencia entre el método utilizado fiscalmente y el contable (línea recta)

Período	*Reducción de saldos (2/n) -tradicional-*	*Saldos decrecientes -tradicional-*	*Reducción de saldos (2/n) -nuevo-*	*Reducción de saldos (4/n) -nuevo-*	*Reducción de saldos (6/n) -nuevo-*	*Saldos decrecientes -nuevo-*
0	———	———	———	———	———	———
1	147,000.0	182,503.8	100,396.4	179,071.0	236,904.8	111,686.4
2	35,000.0	40,300.0	33,711.7	40,372.8	35,138.6	35,665.5
3	-32,200.0	-37,809.7	-13,920.2	-36,681.8	-56,573.4	-16,736.6
4	-72,520.0	-80,713.9	-47,943.0	-79,489.9	-98,260.6	-52,858.2
5	-77,280.0	-104,280.3	-72,245.0	-103,272.2	-117,209.4	-77,757.2
Total	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***	***0.0***

La contabilización del impuesto diferido originado por la utilización contable del método de línea recta y del nuevo método de reducción de saldos (seis veces la tasa utilizada en el método de línea recta) en materia fiscal es[20]:

IMPUESTO DIFERIDO CRÉDITO

Período	DÉBITO	CRÉDITO
1		111,683.7
2		16,565.3
3	26,670.3	
4	46,322.9	
5	55,255.8	
	0	

[20] La contabilización para los otros métodos se efectúa en forma similar –no se muestra la contrapartida–.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

La contabilización de la reserva de que trata el artículo 130 del estatuto tributario originado por la utilización contable del método de línea recta y del nuevo método de reducción de saldos (seis veces la tasa utilizada en el método de línea recta) en materia fiscal es[21]:

RESERVAS POR DISPOSICIONES FISCALES

Período	DÉBITO	CRÉDITO
1		236,904.8
2		35,138.6
3	56,573.4	
4	98,260.6	
5	117,209.4	
	0	

El ingreso no constitutivo de renta ni ganancia ocasional que se origina al liberar la reserva del Artículo 130 del estatuto tributario viene dado por:

Ingreso no constitutivo de renta ni ganancia ocasional que se origina al liberar la reserva del Artículo 130 del estatuto tributario generada por la diferencia entre el método utilizado fiscalmente y el contable (línea recta)

Reducción de saldos (doble saldo decreciente) –tradicional–	*182,000*
Saldos decrecientes –tradicional–	*222,804*
Reducción de saldos (doble saldo decreciente) –nuevo–	*134,108*
Reducción de saldos (cuatro veces la tasa utilizada en el método de línea recta) –nuevo–	*219,444*
Reducción de saldos (seis veces la tasa utilizada en el método de línea recta) –nuevo–	*272,043*
Saldos decrecientes –nuevo–	*147,352*

LISTA DE TÉRMINOS

a Número de rubros que conforman los ingresos gravados.
b Número de rubros que conforman los costos aceptados fiscalmente.

[21] La contabilización para los otros métodos se efectúa en forma similar –no se muestra la contrapartida–.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

c Número de rubros que conforman las deducciones aceptadas fiscalmente.
C Costo del activo.
C_G Monto total de costos aceptados fiscalmente.
c_{Gk} Rubros que conforman los costos aceptados fiscalmente.
C^N, $C^N(t)$ Valor neto del activo en el instante t.
C_i^N Valor neto del activo en el período i.
D, $D(t)$ Depreciación en el instante t.
D_G Monto total de deducciones aceptadas fiscalmente.
D_i Cuota de depreciación en el período i.
D^A, $D^A(t)$ Depreciación acumulada en el instante t.
D_i^A Depreciación acumulada en el período i.
d_{Gl} Rubros que conforman las deducciones aceptadas fiscalmente.
f, f_i Tasa de inflación del período i.
G Variación geométrica (número de horas variable geométricamente).
H_i Horas de funcionamiento en el período i.
H_T Vida útil del activo en horas de funcionamiento.
i_D Tasa de descuento.
I_G Monto total de ingresos gravados.
i_{Gj} Rubros que conforman los ingresos gravados.
i_R, i_{Rk} Tasa de interés real.
L Variación aritmética (número de unidades variable aritméticamente).
n Vida útil del activo.
r_d Coeficiente de la base exponencial.
r_i^{ge} Tasa de depreciación del método generalizado de variación exponencial en el período i.
r_i^{hf} Tasa de depreciación del método de horas de funcionamiento en el período i.
r_i^{lr} Tasa de depreciación del método de línea recta en el período i.
r_i^{rs} Tasa de depreciación del método de reducción de saldos (doble declinación de saldos) en el período i.
r_i^{sd} Tasa de depreciación del método de suma de los dígitos de los años de vida útil del activo en el período i.
r_i^{sdc} Tasa de depreciación del método de saldos decrecientes en el período i.
r_i^{up} Tasa de depreciación del método de unidades de producción en el período i.
R_G Renta gravable.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

R_i^{GE} Tasa de depreciación del nuevo método generalizado de variación exponencial en el período i.
R_i^{RS} Tasa de depreciación del nuevo método de reducción de saldos (doble declinación de saldos) en el período i.
R_i^{SDC} Tasa de depreciación del nuevo método de saldos decrecientes en el período i.
S Salvamento, valor residual o valor de desecho.
t Tiempo.
T_G Tarifa del impuesto a las ganancias.
t_0 Tiempo para el cual el error residual es nulo.
U_i Unidades producidas en el período i.
U_T Vida útil del activo en unidades producidas.
VF Valor final.
VP Valor presente.
VPN ,$VPN(i_D)$ Valor presente neto evaluado a la tasa de descuento.
k, α Constantes.
γ Horas de funcionamiento en el primer período (número de horas variable geométricamente).
Γ Impuesto a las ganancias.
Γ_I Componente del impuesto a las ganancias asociado a los ingresos gravados.
Γ_C Componente del impuesto a las ganancias asociado a los costos aceptados fiscalmente.
Γ_D Componente del impuesto a las ganancias asociado a las deducciones aceptadas fiscalmente.
ε_r Error residual.
μ Unidades producidas en el primer período (número de unidades variable aritméticamente).
ξ_i^{sdc} Pseudotasa de depreciación del método de saldos decrecientes en el período i.
ξ_i^{rs} Pseudotasa de depreciación del método de reducción de saldos (doble declinación de saldos) en el período i.
ξ_i^{ge} Pseudotasa de depreciación del método generalizado de variación exponencial en el período i.
χ, φ, ψ Función asociada al monto a depreciar.
ϑ, ς Función asociada a la tasa de depreciación.
$\theta_{1/2}$ Semivida o “vida media” de un método de depreciación.
ω Nuevo coeficiente de la base exponencial.

Nº 17 – 2017
ISSN 1988-9011
pp. 160- 275

BIBLIOGRAFÍA

Baca, G. *Ingeniería económica*. Sexta edición. Bogotá: Fondo educativo Panamericano, 2.000.

Concepto 023 del 5 de octubre de 1.995. Consejo técnico de la contaduría pública.

Declaración de renta y complementarios o de ingresos y patrimonio para personas jurídicas y asimiladas, personas naturales y asimiladas obligadas a llevar contabilidad (formulario oficial).

Decreto 2649 de diciembre 29 de 1.993. Por el cual se reglamenta la contabilidad en general y se expiden los principios o normas de contabilidad generalmente aceptados en Colombia.

Estatuto tributario. Décima cuarta edición. Bogotá: Legis, 2.007.

Malagón, J.E. *Bibliografía crítica de la depreciación*. Trabajo de grado. Administración de empresas. Pontificia Universidad Javeriana. 1.984.

Meigs, R. *et al. Contabilidad La base para decisiones comerciales*. Cuarta edición. Bogotá: Mc Graw-Hill, 2.001.

Parra, A. *Planeación tributaria para la organización empresarial, Estrategias y objetivos*. Segunda edición. Bogotá: Legis, 2.002.

Ramos, F. *Depreciación efectiva de activos fijos*. Trabajo de grado. Contaduría Pública. Pontificia Universidad Javeriana. 1.986.

Santos, J. *Régimen contable colombiano*. Actualizado sobre la primera edición elaborada en 1.990. Bogotá: Legis editores, 2.007.

Stewart, J. *CÁLCULO Conceptos y contextos*. Bogotá: International Thomson Editores, 1.999.